

*Technische Universität Berlin*

**STUDIENARBEIT**

**Dieter Hetzel**

**Permanentmagnetisch erregte Synchronmaschine -  
Maschinenmodelle, stationäres Verhalten und Steuerverfahren**

**Berlin 1989**

Bei diesem Text handelt es sich um ein im Jahr 2025 erstelltes Remake der Studienarbeit aus dem Jahr 1989.

# Technische Universität Berlin



TU Berlin · Sekr. EN 3 · Institut für Elektronik · Einsteinufer 17, D-1000 Berlin 10

FACHBEREICH 19  
ELEKTRO-  
TECHNIK

Institut für  
Elektronik

■ (030) 314-2 2121/ 22120/ 24207 Datum

## STUDIENARBEIT

für Herrn Dieter H e t z e l , Matr.Nr. 80 471

THEMA: **Permanentmagnetisch erregte Synchronmaschine –  
Maschinenmodelle, stationäres Verhalten und  
Steuerverfahren**

Neue hochdynamische Synchronmaschinen mit Permanentmagnet - Rotoren (SmCo) werden zunehmend als Servoantriebe im Bereich der Automatisierungstechnik eingesetzt. Im Rahmen dieser Arbeit sollen derartige dreiphasige Synchronmaschinen untersucht werden. Dazu ist das Maschinenmodell herzuleiten, das stationäre Verhalten ist zu beschreiben, und verschiedene Steuerverfahren sind zu vergleichen. Das stationäre Verhalten ist insbesondere im Feldschwächbereich zu untersuchen.

Das Verhalten der Maschine beim Betrieb mit verschiedenen Steuerverfahren soll auf einem Digitalrechner (Personal Computer) simuliert werden.

Betreuer:

Dipl.-Ing. Chr. Reuss

HSCHLL.:

Prof. Dr.-Ing. D. Naunin

## Inhalt

EINLEITUNG.....	5
1. Das Maschinenmodell .....	6
1.1 Mathematisches Modell der Synchronmaschine .....	6
1.1.1 Allgemeines .....	6
1.1.2 Die Spannungsgleichungen .....	6
1.1.3 DIE EINFÜHRUNG VON RAUMZEIGERN .....	7
1.1.4 DIE SPANNUNGSGLEICHUNG IN RAUMZEIGERDARSTELLUNG .....	9
1.1.5 Drehung des KoordinatensystemsS .....	10
1.1.6 HERLEITUNG DER LEISTUNGSGLEICHUNG .....	11
1.1.7 HERLEITUNG DER MOMENTENGLICHUNG .....	11
1.2 LINEARISIERUNG DES MODELLS DER SYNCHRONMASCHINE .....	13
1.2.1 MASCHINENGLICHUNGEN .....	13
1.2.2 LINEARER ANSATZ.....	13
1.2.3 Die linearisierte Momentengleichung .....	14
1.2.4 Gleichungen der Maschine mit Vollpoleigenschaften .....	15
1.2.5 DIE PERMANENTMAGNETISCH ERREGTE SYNCHRONMASCHINE .....	15
1.2.6 Berücksichtigung der Beeinflussung der Felder im Maschinenmodell .....	16
1.2.7 Systemgleichungen der PM-Synchronmaschine mit Vollpoleigenschaften.....	17
1.3 MASCHINENMODELLE IN MATRIZENDARSTELLUNG .....	19
1.3.1 HERLEITUNG DER MASCHINENGLICHUNGEN .....	19
1.3.2 Leistungsvariante und leistungsinvariante Transformationen .....	20
2. MASCHINENGLICHUNGEN IN BEZOGENEN GRÖßen .....	22
2.1 Bezugenes Größensystem .....	22
2.2 Umrechnung der Maschinengleichungen in bezogene Größen.....	23
2.3 Zusammenstellung der Maschinengleichungen im rotorfesten System in bezogenen Größen .....	25
2.4 Maschinengleichungen im rotorfesten System in bezogenen Größen.....	26
3. DIE ÜBERTRAGUNGSMATRIX DER SYNCHRONMASCHINE .....	26
3.1 ÜBERTRAGUNGSMATRIX BEI KONSTANTER WINKELGESCHWINDIGKEIT .....	26
3.2 LINEARISIERUNG DES MODELLS .....	30
4. Verhalten im stationären Zustand .....	31
4.1 Stromzeigergebiete .....	31
4.1.1 Allgemeines .....	31
4.1.2 Der E-Kreis .....	32
4.1.3 Der Z-Kreis .....	32
4.1.4 DAS VERFÜGBARE STROMZEIGER-GEBIET .....	33
4.2 DAS MAXIMAL ERZEUGBARE MOMENT .....	33
4.2.1 Definitionen.....	33
4.2.2 DARSTELLUNGEN DES E-KREISES .....	35
4.2.3 Schnittpunkte des E-Kreises mit der imaginären Achse .....	36
4.2.4 3 Schnittpunkte des E-Kreises mit der reellen Achse .....	37
4.2.6 Der höchste Punkt des E-Kreises .....	38
4.2.7 DIE DREHMOMENT-DREHZAHL-CHARAKTERISTIK .....	39
4-3.1 DEFINITIONEN .....	42
4.3.2 DAS GRUNDSTELLGEBIET .....	42
5. Dynamisches Verhalten der Synchronmaschine.....	50
5.1 Beschreibung des dyn. Verhaltens im statorfesten System.....	50
5.2 Beschreibung des dynamischen Verhaltens im rotorfesten System .....	51
5.3 Dynamisches Verhalten bei statorfestem Spannungszeiger .....	51
5.4 Dynamisches Verhalten bei rotorfestem Spannungszeiger .....	52
5.5 ÜBERGANGSVERHALTEN .....	54
6. Speisung der Synchronmaschine durch einen Gleichspannungzwischenkreis.....	55
6.1 SCHALTUNG .....	55
6.2 SCHALTZUSTÄNDE UND SPANNUNGSZEIGER .....	57
7. METHODEN ZUR SPANNUNGSZEIGER-SYNTHESE .....	59

7.1 VARIATION DES STERNPUNKTPOTENTIALS .....	59
7.2 SPANNUNGSZEIGERSYNTHES NACH DEM UNTERSCHWINGUNGSVERFAHREN .....	64
7.3 SPANNUNGSZEIGERSYNTHES DURCH PULSBREITENMODULATION .....	65
7.3.1 ALLGEMEINES .....	65
7.3.2 BEWEIS DER KORREKTHEIT DES VERFAHRENS .....	67
7.3.3 VARIATION DES STERNPUNKTPOTENTIALS BEI PBM .....	68
7.3.4 LAGE DER SPANNUNGSZEIGER BEI PBM .....	69
7.4.1 ALLGEMEINES .....	70
7.4.2 DAS 1-VEKTOR-VERFAHREN .....	71
7.4.3 DAS 2-VEKTOR-VERFAHREN .....	72
7.4.4 DAS 3-VEKTOR-VERFAHREN .....	74
<i>Bild 7.11 Spannungszeigersynthese nach dem 3-Vektor-Verfahren</i> .....	75
7.4.5 VERGLEICH DER VERFAHREN .....	78
7.4.6 DER ZWISCHENKREISSTROM .....	78
7.4.7 POTENTIALE, SPANNUNGEN UND STRÖME BEI ANWENDUNG DES 3-VEKTOR-VERFAHRENS .....	79
7.4.8 DER EINFLUSS DER ZWISCHENKREISSPANNUNG .....	84
7.5.1 ABHÄNGIGKEIT DER MOMENTENWELLIGKEIT VON DER TAKTZEIT .....	84
7.5.2 MOMENTENWELLIGKEIT BEI ROTORSTILLSTAND .....	85
7.5.3 Auswirkung der Momentenwelligkeit auf die mechanischen Größen .....	87
8. PM-SYNCHRONMASCHINE - WERKSTOFFE UND BAUFORMEN .....	88
8.1 MAGNETWERKSTOFFE .....	88
8.2 MOTORBAUFORMEN .....	90
A.1 BEZEICHNUNGEN .....	91
A.2 VERWENDETE FORMELZEICHEN .....	91
ANHANG B: UMRECHNUNG DER KONSTANTEN DES MOTORS MAVILOR SE 718 IN BEZOGENE GRÖßen .....	92
B.1 UMRECHNUNGSFORMELN FÜR DIE HERSTELLERANGABEN .....	92
B.2 HERSTELLERANGABEN ZUM MOTOR .....	94
B.3 UMGERECHNETE PARAMETER DES MOTORS .....	94
B.4 UMRECHNUNG DER STRANGGRÖßen IN BEZOGENE GRÖßen .....	95
$R_s' = R_s + R_{on} = 1,4 + 0,4 \text{ Ohm} = 1,8$ .....	95
LITERATURVERZEICHNIS .....	97

## EINLEITUNG

Elektrische Servoantriebe wurden in der Vergangenheit meist mit Gleichstrommotoren realisiert. Gleichstrommotoren besitzen gegenüber Synchron- und Asynchronmotoren den Vorteil der leichten Steuerbarkeit. Dem steht der Nachteil der Wartungsbedürftigkeit wegen der mechanischen Bürsten und das größere Bauvolumen sowie das größere Trägheitsmoment gegenüber.

Insbesondere seit der Entwicklung neuer Magnetwerkstoffe mit hoher Remanenzfeldstärke gewinnen permanentmagnetisch erregte Synchronmotoren immer größere Bedeutung. Diese Entwicklung wird zudem begünstigt durch die rasche Entwicklung auf dem Gebiet der Halbleitertechnik, die Transistoren immer größerer Leistung verfügbar gemacht hat. Dank der Fortschritte auf dem Gebiet der Mikroelektronik, die in zunehmendem Maße digitale Bausteine mit großer Leistungsfähigkeit zu zumutbaren Preisen bereitstellt, lassen sich auch komplizierte Steuer- und Regelungsaufgaben bewältigen.

In dieser Arbeit wird ausgehend von den Gleichungen der allgemeinen Synchronmaschine unter Benutzung der Raumzeigerdarstellung das Gleichungssystem der permanentmagnetisch erregten Synchronmaschine entwickelt. Daneben werden die Gleichungen auch in Matrixform dargestellt.

Durch Einführung bezogener Größen wird eine wesentliche Vereinfachung der Maschinen- gleichungen erreicht.

Das Übertragungsverhalten der Synchronmaschine bei konstanter Rotorwinkelgeschwindigkeit wird untersucht.

Das stationäre Verhalten der Synchronmaschine wird untersucht.

Im Vordergrund stehen hier der Einfluß der Maschinen- und Systemparameter auf die Drehmoment-Drehzahl-Charakteristik und die Methoden zur Vorsteuerung des Stromzeigers.

Das dynamische Verhalten des Systems wird abhängig vom zugrunde gelegten Bezugssystem untersucht.

Es werden verschiedene Verfahren zur Erzeugung der Strangspannungen durch Pulsbreitenmodulation aus der Zwischenkreisgleichspannung untersucht und miteinander verglichen.

Ferner werden drei Verfahren zur Spannungszeigersynthese durch Zeigerkombination untersucht.

Die Störungen der Bahn des Stromzeigers und die damit verbundenen Schwankungen des von der Maschine erzeugten Moments infolge des diskontinuierlichen Verlaufs der Strangspannungen werden untersucht.

Die meisten der hier erzielten Resultate finden sich in der benutzten Literatur. Zu erwähnen sind insbesondere die Arbeiten von **Buehler/1**, **Grotstollen/3** und **Orlik/8**.

Nicht aus der Literatur entwickelt wurde die hier durchgeführte Einführung bezogener Größen (Kapitel 2), die Ableitungen in den Abschnitten 1.2.6 und 7.3.1 sowie die Berechnungen in Abschnitt 7.5.

### **Bezeichnungen**

**Komplexe Größen**  $x$  werden durch Unterstreichung  $\underline{x}$  gekennzeichnet. Die zu  $\underline{x}$  konjugiert komplexe Größe wird mit  $\underline{x}^*$  bezeichnet.

## **1. Das Maschinenmodell**

### **1.1 Mathematisches Modell der Synchronmaschine**

#### **1.1.1 Allgemeines**

Die Herleitung der Gleichungen der Synchronmaschine erfolgt nach /I BÜHLER/.

Es wird eine im Stern geschaltete Synchronmaschine ohne Dämpferwicklungen und ohne Nullpunktbelastung zugrunde gelegt.

Bei der Ableitung werden die Eisenverluste in der Maschine vernachlässigt. Die Sättigung der magnetischen Kreise wird nicht berücksichtigt. Die räumlich verteilten Wicklungen werden durch konzentrierte Wicklungen ersetzt.

#### **1.1.2 Die Spannungsgleichungen**

Im Folgenden wird die Zuordnung der Größen zu den einzelnen Strängen durch die tiefgestellten Indices a, b und c gekennzeichnet. Der tiefgestellte Index e kennzeichnet die Zuordnung einer Größe zum Feldkreis. Der für alle Stränge gleiche Widerstand der Strangwicklung wird mit R bezeichnet. Der Momentanwert der Strangspannung wird mit u, der Momentanwert des Strangstroms mit i bezeichnet. Der Buchstabe V bezeichnet den mit dem betreffenden Strang verknüpften Fluß. Die Spannungsgleichungen für die Stränge des Stators lauten:

$$\begin{aligned} u_a &= i_a \star R + d\Psi_a/dt \\ u_b &= i_b \star R + d\Psi_b/dt \\ u_c &= i_c \star R + d\Psi_c/dt \end{aligned} \quad (1.1.2.1)$$

Die Spannungsgleichung für die Feldwicklung des Rotors lautet:

$$u_e = i_e \star R + d\Psi_e/dt \quad (1.1.2.2)$$

### 1.1.3 DIE EINFÜHRUNG VON RAUMZEIGERN

Die Stranggrößen sind, wie oben gezeigt, linear voneinander abhängig. Es ist also möglich, die drei Stranggrößen durch zwei voneinander unabhängige Größen auszudrücken. Zunächst wird die Konstante  $\underline{a}$  definiert durch:

$$\underline{a} = e^{j2\pi/3} \quad (1.1.3.1)$$

Es gelten dann die Beziehungen:

$$\underline{a} = -1/2 + j\sqrt{3}/2 \quad (1.1.3.2)$$

$$1 + \underline{a} + \underline{a}^2 = 0 \quad (1.1.3.3)$$

$$\underline{a}^2 = \underline{a}^{-1} = \underline{a}^*$$

Sind  $x_a$ ,  $x_b$  und  $x_c$  drei Stranggrößen, so wird der zugeordnete Raumzeiger  $\underline{x}$  definiert durch:

$$\underline{x} = 2/3 * (x_a + x_b * \underline{a} + x_c * \underline{a}^2) \quad (1.1.3.5)$$

Es werden nun zwei Systeme von Stranggrößen  $x_a$ ,  $x_b$ ,  $x_c$  und  $x'_a$ ,  $x'_b$ ,  $x'_c$  betrachtet.

Wir nehmen an, daß die zugeordneten Raumzeiger identisch sind:  $\underline{x}' = \underline{x}$ .

Durch Einsetzen der Definitionen und Umformen erhält man nun:

$$(x'_a - x_a) + (x'_b - x_b) * \underline{a} + (x'_c - x_c) * \underline{a}^2 = 0$$

Durch Subtraktion der Gleichung:  $(x_c' - x_c) * (1 + \underline{a} + \underline{a}^2) = 0$  folgt:

$$((x'_a - x_a) - (x'_c - x_c)) + ((x'_b - x_b) - (x'_c - x_c)) * \underline{a} = 0$$

Da der erste Summand reell ist, während der zweite Summand komplex ist, ergibt sich hieraus:

$$(x'_a - x_a) - (x'_c - x_c) = 0 \text{ und } (x'_b - x_b) - (x'_c - x_c) = 0$$

Dies kann einfacher auch in der Form :

$$x'_a - x_a = x'_b - x_b = x'_c - x_c \quad (1.1.3.6)$$

geschrieben werden.

Gilt umgekehrt die Gleichung (1.1.3.6) so kann mit  $k = x'_a - x_a$  geschrieben werden:

$$\underline{x}' = 2/3 * ((x_a + k) + (x_b + k) * \underline{a} + (x_c + k) * \underline{a}^2)$$

Hieraus folgt unter Verwendung von (1.1.3.3) nun  $\underline{x}' = \underline{x}$ .

Zwei Systeme von Stranggrößen besitzen also genau dann den gleichen Raumzeiger, wenn die Bedingung (1.1.3.6) gilt.

Die Bedingung:

$$x_a + x_b + x_c = k \quad (1.1.3.7)$$

, wobei  $k$  eine Konstante ist, ist eine hinreichende Bedingung für die Eineindeutigkeit der Darstellung von Stranggrößen durch Raumzeiger, wie im Folgenden gezeigt wird.

Die Notwendigkeit dieser Bedingung für die Eineindeutigkeit der Darstellung ergibt sich unmittelbar aus Gleichung (1.1.3.6).

Für ein zweites System von Stranggrößen  $x_a', x_b', x_c'$  erhält man bei Gültigkeit von (1.1.3.7) die Aussage:

$$x_a' - x_a = -(x_b' - x_b) - (x_c' - x_c) \quad (1.1.3.8)$$

Die Annahme identischer zugeordneter Raumzeiger  $x' = x$  liefert wie oben:

$$(x_b' - x_b) + (x_c' - x_c) * \underline{a} + (x_c' - x_c) * \underline{a}^2 = 0$$

Mit Gleichung (1.1.3.8) folgt hieraus:

$$-(x_b' - x_b) - (x_c' - x_c) + (x_b' - x_b) * \underline{a} + (x_c' - x_c) * \underline{a}^2 = 0$$

Durch Bildung von Real- und Imaginärteil erhält man:

$$(x_b' - x_b) + (x_c' - x_c) = 0$$

Hieraus folgt, daß die gestrichenen und ungestrichenen Größen identisch sind.

Im Folgenden wird die schärfere Bedingung:

$$x_a + x_b + x_c = 0 \quad (1.1.3.9)$$

zugrunde gelegt.

Die Größen  $x_a$ ,  $x_b$  und  $x_c$  können dann durch Projektion des Raumzeigers  $x$  auf die Achsen 1,  $a$  und  $a^2$  gewonnen werden. Dies soll im Folgenden gezeigt werden. Aus der Definition des Raumzeigers (1.1.3.5) folgt:

$$\operatorname{Re}(x) = 2/3 * (x_a + x_b * \operatorname{Re}(\underline{a}) + x_c * \operatorname{Re}(\underline{a}^2))$$

$$\operatorname{Re}(x) = 2/3 * (x_a + -1/2 * (x_b + x_c))$$

Unter Verwendung von (1.1.3.9) folgt hieraus:

$$\operatorname{Re}(x) = 2/3 * (x_a + 1/2 * x_a) \text{ und daraus:}$$

$$x_a = \operatorname{Re}(x) \quad (1.1.3.10)$$

Analog können die folgenden Beziehungen abgeleitet werden:

$$x_b = \operatorname{Re}(\underline{x} * \underline{a}^{-1}) = -0,5 * \operatorname{Re}(\underline{x}) + \sqrt{3}/2 * \operatorname{Im}(\underline{x}) \quad (1.1.3.11)$$

$$x_c = \operatorname{Re}(\underline{x} * \underline{a}^{-2}) = -0,5 * \operatorname{Re}(\underline{x}) - \sqrt{3}/2 * \operatorname{Im}(\underline{x}) \quad (1.1.3.12)$$

**Bild 1.1** zeigt das Entstehen der Stranggrößen durch Projektion des Raumzeigers auf die Achsen.

Ist  $x = x * e^{j\varphi}$  in Polarkoordinaten gegeben, so folgt:

$$x_a = x * \cos(\varphi)$$

$$x_b = \operatorname{Re}(x * e^{j\varphi - j*2\pi/3}) = x * \cos(\varphi - 2\pi/3)$$

$$x_c = \operatorname{Re}(x * e^{j\varphi - j*4\pi/3}) = x * \cos(\varphi - 4\pi/3)$$

Sind umgekehrt die drei Stranggrößen  $x_a$ ,  $x_b$  und  $x_c$  gegeben, so lassen sich hieraus die Komponenten des zugeordneten Spannungszeigers nach den folgenden Formeln berechnen.

Gleichung (1.1.3.10) ist identisch mit

$$\operatorname{Re}(\underline{x}) = x_a \quad (1.1.3.13)$$

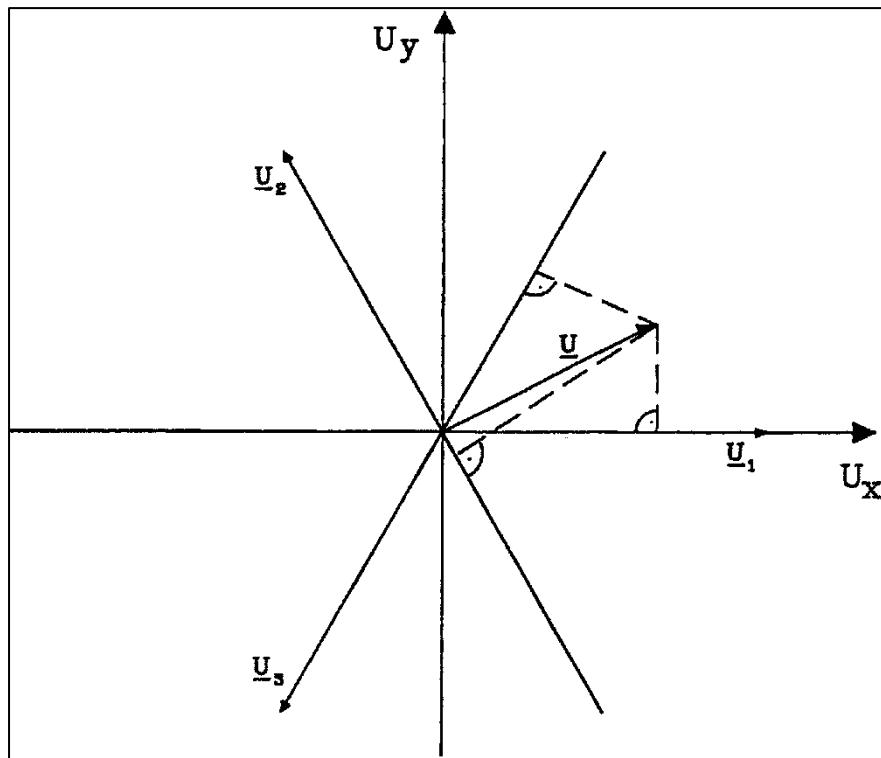


BILD 1.1 Projektion des Raumzeigers auf die Achsen

Aus der Definition des Raumzeigers (1.1.3.5) folgt durch Bildung des Imaginärteils:

$$\begin{aligned} \text{Im}(x) &= 2/3 * \text{Im}(x_a + x_b * \underline{a} + x_c * \underline{a}^2) \\ \text{Im}(x) &= 2/3 * \sqrt{3}/2 * (x_b - x_c) \\ \text{Im}(x) &= 1/\sqrt{3} (x_b - x_c) \end{aligned} \quad (1.1.3.14)$$

Unter Verwendung der Beziehung (1.1.3.9) lassen sich diverse weitere Formeln herleiten. Insbesondere wird erkennbar, daß bereits die Kenntnis von zwei Stranggrößen zur Bestimmung des Raumzeigers ausreicht.

Für die Länge  $|x|$  des Raumzeiger gilt:

$$|x|^2 = x_a^2 + 1/3 * (x_b - x_c)^2 \quad (1.1.3.15)$$

#### 1.1.4 DIE SPANNUNGSGLEICHUNG IN RAUMZEIGERDARSTELLUNG

Aus den Spannungsgleichungen (1.1.2.1) für die Statorstränge erhält man durch Einführung von Raumzeigern die komplexe Spannungsgleichung im statorfesten System:

$$\underline{u} = i * \underline{R} + d\Psi_e / dt \quad (1.1.4.1)$$

In der Literatur wird vielfach das System, in dem eine Größe definiert ist, durch einen der Größe zugeordneten Index bezeichnet.

**/Buehler //** benutzt hier den hochgestellten Index s zur Kennzeichnung der Größen im statorfesten System und den hochgestellten Index r zur Kennzeichnung der Größen im ro-

torfesten System. Um eine bessere Lesbarkeit der Formeln zu erreichen, wird auf die zusätzliche Indizierung der Größen häufig verzichtet. Es wird dann jeweils explizit angegeben, welches Koordinatensystem zugrunde gelegt wird.

### 1.1.5 Drehung des Koordinatensystems S

Werden bei einer komplexen Gleichung oder Differentialgleichung alle auftretenden Größen mit dem Faktor  $e^{j\varphi}$  multipliziert, wobei  $\varphi$  eine reelle Zahl ist, so entspricht dies einer Drehung des Koordinatensystems um den Winkel  $-\varphi$ ,

Auf die in der Spannungsgleichung (1.1.5.1) auftretenden Größen kann nun eine Transformation:

$$\underline{x}^k = \underline{x} \star e^{-j\varphi} \quad (1.1.5.1)$$

angewendet werden. Der hochgestellte Index k bezeichnet dabei die Größen im gedrehten Koordinatensystem. Die Funktion  $\varphi = \varphi(t)$  wird als differenzierbar vorausgesetzt.

Die Umkehrtransformation ist gegeben durch:

$$\underline{x} = \underline{x}^k \star e^{j\varphi} \quad (1.1.5.2)$$

Durch Einsetzen in (1.1.4.1) erhält man:

$$\underline{u}^k = j^k \star R + d(\underline{\Psi}^k \star e^{-j\varphi})/dt$$

Hieraus folgt:

$$\underline{u}^k = j^k \star R + d\underline{\Psi}^k/dt + j \star d\varphi/dt \star \underline{\Psi}^k \quad (1.1.5.3)$$

An dieser Stelle ist eine Betrachtung des Zusammengangs zwischen dem elektrischen und dem mechanischen Rotorwinkel erforderlich. Der elektrische Rotorwinkel  $\varphi_{el}$  ergibt sich aus dem mechanischen Rotorwinkel  $\varphi_{mech}$  durch Multiplikation mit der **Polpaarzahl**  $z_p$  der Maschine:

$$\varphi_{el} = z_p \star \varphi_{mech} \quad (1.1.5.4)$$

Die elektrische Winkelgeschwindigkeit des Rotors sei hier ohne kennzeichnende Indizierung mit  $\omega$  bezeichnet. Sie ist definiert durch:

$$\omega = d\varphi_{el}/dt \quad (1.1.5.5)$$

Der Zusammenhang zwischen der mechanischen Winkelgeschwindigkeit  $\omega_{mech}$  und der elektrischen Winkelgeschwindigkeit  $\omega$  ist gegeben durch:

$$\omega_{mech} = \omega/z_p \quad (1.1.5.6)$$

Durch Wahl von

$$\varphi(t) = -\omega \star t + \varphi_0 \quad (1.1.5.7)$$

in Gleichung (1.1.5.1) erhält man ein Koordinatensystem, das mit dem Rotor umläuft.

Hierin ist der Winkel  $\varphi_0$  zunächst noch frei wählbar. Ein solches Koordinatensystem wird als **rotorfestes System** bezeichnet. Die Größen in diesem System werden zur Kennzeichnung mit dem hochgestellten Index r versehen.

Die Spannungsgleichung im rotorfesten System lautet nun:

$$\underline{u}^r = \underline{i}^r \star R + d\Psi^r/dt + j\omega \star \Psi^r \quad (1.1.5.8)$$

Ein spezielles rotorfestes System ist das **d-q-System**. Hierbei ist der Winkel  $\varphi$  so gewählt, daß die reelle Achse des Koordinatensystems in der Rotorachse liegt.

Realteil bzw. Imaginärteil einer Größe  $x$  im d-q-System werden mit  $x_d$  bzw  $x_q$  bezeichnet:

$$\underline{x} = x_d + jx_q$$

### 1.1.6 HERLEITUNG DER LEISTUNGSGLEICHUNG

Der Momentanwert  $P$  der im Stator umgesetzten elektrischen Leistung ist gegeben durch:

$$P(t) = u_a \star i_a + u_b \star i_b + u_c \star i_c \quad (1.1.6.1)$$

Es soll nun ein Ausdruck für die Leistung unter Verwendung von Raumzeigern abgeleitet werden. Die Ableitung erfolgt hier im statorfesten System. Wie man leicht nachprüft, lässt sich die Ableitung auch in jedem sich drehenden Koordinatensystem durchführen.

Durch Einsetzen der Definitionen von  $u$  und  $i$ . erhält man:

$$\text{Re}(\underline{u}^* \star \underline{i}) = \text{Re} (2/3 \star (u_a + \underline{a}^2 \star u_b + \underline{a} \star u_c) \star 2/3 \star (i_a + \underline{a} \star i_b + \underline{a}^2 \star i_c))$$

Durch Umformung folgt hieraus:

$$\text{Re}(u^*i) = 4/9 \text{ Re}(u_a i_a + u_b i_b + u_c i_c + \underline{a} (u_a i_b + u_b i_c + u_c i_a) + \underline{a}^2 (u_a i_c + u_b i_a + u_c i_b))$$

Mit  $\text{Re}(\underline{a}) = \text{Re}(\underline{a}^2) = -1/2$  folgt nun:

$$\text{Re}(u^*i) = 4/9 (u_a i_a + u_b i_b + u_c i_c - 1/2 (u_a i_b + u_b i_c + u_c i_a + u_a i_c + u_b i_a + u_c i_b))$$

$$\text{Re}(u^*i) = 4/9 (u_a i_a + u_b i_b + u_c i_c - 1/2 (u_a (i_b + i_c) + u_b (i_c + i_a) + u_c (i_a + i_b)))$$

Unter der Berücksichtigung der Tatsache, daß die Summe der Ströme Null ist, folgt:

$$\text{Re}(u^*i) = 4/9 (u_a i_a + u_b i_b + u_c i_c + 1/2 (u_a i_a + u_b i_b + u_c i_c))$$

$$\text{Re}(u^*i) = 4/9 \star 3/2 \star (u_a i_a + u_b i_b + u_c i_c)$$

$$\text{Re}(u^*i) = 2/3 (u_a i_a + u_b i_b + u_c i_c)$$

Durch Einsetzung der Definitionsgleichung der Leistung (1.1.6.1) erhält man:

$$P = 3/2 \text{ Re}(u^*i) \quad (1.1.6.2)'$$

### 1.1.7 HERLEITUNG DER MOMENTENGLEICHUNG

Für die mechanisch abgegebene Leistung  $P_{\text{mech}}$  der Maschine gilt:

$$P_{\text{mech}} = m_{\text{el}} \star \omega_{\text{mech}} \quad (1.1.7.1)$$

Dabei ist  $m_{\text{el}}$  das elektrisch erzeugte Drehmoment und  $\omega_{\text{mech}}$  die mechanische Winkelgeschwindigkeit des Rotors.

Die Herleitung der Gleichung für den Momentanwert des Moments erfolgt im rotorfesten System. Die kennzeichnenden Indices werden zur Vereinfachung weggelassen.

Ausgangspunkt ist die Spannungsgleichung (1.1.5.8):

$$u = iR + d\Psi/dt + j\omega\Psi$$

Es wird nun der Einfachheit halber der folgende Fall betrachtet:

$$d\omega/dt = 0, d\Psi/dt = 0 \quad (1.1.7.2)$$

Die Spannungsgleichung lautet dann:

$$u = iR + j\omega\Psi \quad (1.1.7.3)$$

Durch Multiplikation mit  $i^*$  erhält man:

$$ui^* = R_i^*i^* + j\omega\Psi^*i^* \quad (1.1.7.4)$$

Bildet man den Realteil, so ergibt sich:

$$\text{Re}(ui^*) = R_i^*i^2 + \omega^*\text{Im}(\Psi^*i)$$

Nach Multiplikation dieser Gleichung mit dem Faktor 3/2 folgt:

$$3/2 \text{ Re}(ui^*) = 3/2 R_i^*i^2 + 3/2 \omega \text{Im}(\Psi^*i) \quad (1.1.7.5)$$

Die Verlustleistung  $P_v$  im Stator ist gegeben durch:

$$P_v = R^*(i_a^2 + i_b^2 + i_c^2) = 3/2 * R^*i^2 \quad (1.1.7.6)$$

Durch Einsetzen von (1.1.7.6) in (1.1.7.5) erhält man:

$$P = P_v + 3/2 \omega \text{Im}(\Psi^*i) \quad (1.1.7.7)$$

Unter den gemachten Voraussetzungen gilt:

$$P = P_v + P_{\text{mech}}$$

Durch Vergleich mit Gleichung (1.1.7.7) folgt:

$$P_{\text{mech}} = 3/2 \omega \text{Im}(\Psi^*i) \quad (1.1.7.8)$$

Unter Verwendung der Gleichung (1.1.7.1) erhält man:

$$P_{\text{el}} = 3/2 * Z_P^* \text{Im}(\Psi^*i) \quad (1.1.7.9)$$

Die Ableitung der Drehmomentengleichung lässt sich auch für den allgemeinen Fall durchführen. Dann tritt in der Spannungsgleichung der Term  $d\Psi/dt$  hinzu.

Durch Multiplikation mit  $i^*$ , Realteibildung und Multiplikation mit 3/2 wird hieraus der Term:

$$3/2 * \text{Re}(d\Psi/dt * i^*)$$

Die Leistungsbilanz lautet in diesem Falle:

$$P = P_v + P_{\text{mag}} + P_{\text{mech}}$$

Dabei ist  $P_{\text{mag}} = dW_{\text{mag}}/dt$  die aus der Änderung der magnetischen Energie in der Maschine resultierende Leistung.

Eine genauere Untersuchung liefert nun die Identität

$$P_{\text{mag}} = 3/2 * \text{Re}(d\Psi/dt * i^*) \quad (1.1.7.10)$$

Infolge dieser Tatsache erhält man auch im Fall  $d\omega/dt \neq 0$  das oben angegebene Resultat für den Momentanwert des Drehmoments.

Die Gleichung für den Momentanwert des Drehmoments wurde im rotorfesten Koordinatensystem abgeleitet.

Führt man nun eine Drehung des Koordinatensystems gemäß:  $x' = x e^{ja}$  durch, so folgt:

$$\underline{\Psi}^* \star i' = \underline{\Psi}^* e^{-ja} \star i e^{ja} = \underline{\Psi}^* \star i$$

Der Ausdruck  $\underline{\Psi}^* \star i$  bleibt also bei Drehungen des Koordinatensystems invariant.

Hieraus ergibt sich, daß die Formel (1.1.7.9) für den Momentanwert des Drehmoments in jedem Koordinatensystem Gültigkeit besitzt.

## 1.2 LINEARISIERUNG DES MODELLS DER SYNCHRONMASCHINE

### 1.2.1 MASCHINENGLEICHUNGEN

Zunächst sollen an dieser Stelle die Formeln zusammengestellt werden, die das System im rotorfesten d-q-System beschrieben:

$$u = j \star R + d\Psi / dt + j\omega \Psi \quad (1.2.1.1)$$

$$U_e = R_e \star i + d\Psi_e / dt \quad (1.2.1.2)$$

$$P = 3/2 * \text{Re}(u \star i^*) \quad (1.2.1.3)$$

$$m_{el} = 3/2 * Z_p * \text{Im}(\Psi^* \star i) \quad (1.2.1.4)$$

Durch Aufspaltung der Spannungsgleichung (1.2.1.1) in Realteil und Imaginärteil folgt:

$$U_d = i_d \star R + d\Psi_d / dt - \omega \star \Psi_q \quad (1.2.1.5)$$

$$U_q = i_q \star R + d\Psi_q / dt + \omega \star \Psi_d$$

### 1.2.2 LINEARER ANSATZ

Die Flüsse  $\Psi$  und  $\Psi_e$  sind im allgemeinen Falle nichtlineare Funktionen der Ströme und des Rotorwinkels  $\varphi$ :

$$* \quad \Psi = \Psi(i, i_e, \varphi) \quad (1.2.2.1)$$

$$\Psi_e = \Psi_e(i, i_e, \varphi)$$

Die Nichtlinearität bezüglich der Ströme wird wesentlich verursacht durch das nichtlineare Verhalten der verwendeten Magnetmaterialien.

Die Abhängigkeit des mit der Erregerwicklung verknüpften Flusses vom Rotorwinkel entsteht durch Inhomogenitäten des Rotors und des Stators.

Es wird nun das rotorfeste d-q-System zugrunde gelegt.

In diesem Koordinatensystem können die nichtlinearen Funktionen  $\Psi_d$ ,  $\Psi_q$  und  $\Psi_e$  linearisiert werden. Durch Linearisierung erhält man die Beziehungen:

$$\Psi_d = L_{hd} * (i_d + i_e) + L_{\sigma 1} * i_d = L_d \star i_d + L_{hd} \star i_e \quad (1.2.2.2)$$

$$\Psi_q = L_{hq} * i_q + L_{\sigma 1} * i_q = L_q \star i_q \quad (1.2.2.3)$$

$$\Psi_e = L_{hd} * (i_d + i_e) + L_{\sigma e} * i_e = L_e \star i_e + L_{hd} \star i_d \quad (1.2.2.4)$$

Die hierin auftretenden mit L bezeichneten Größen haben die Dimension von Induktivitäten. Sie können als den einzelnen Wicklungssystemen zugeordnete konstante Induktivitäten betrachtet werden.

Die mit dem tiefgestellten Index h bezeichneten Größen werden dabei als **Hauptinduktivitäten** bezeichnet, während die mit dem tiefgestellten Index σ bezeichneten Größen als **Streuinduktivitäten** bezeichnet werden.

Die Bestimmung der Werte der Induktivitäten kann auf verschiedene Weise erfolgen. Steht die Konstruktion einer Maschine im Vordergrund, so wird man sie nach verschiedenen numerischen Verfahren ausgehend vom vorgesehenen konstruktiven Aufbau und den verwendeten Materialien bestimmen.

Handelt es sich um eine vergebene Maschine, so wird man sie den Herstellerangaben entnehmen oder durch Messungen nach in der Literatur beschriebenen Verfahren bestimmen.

Durch Einsetzen der für die Flüsse abgeleiteten Beziehungen (1.2.2.2 bis 1.2.2.4) in die Spannungsgleichungen (1.2.1.5) erhält man das folgende Gleichungssystem:

$$u_a = R \cdot i_d + L_d \cdot di_d/dt + L_{hq} \cdot d i_e/dt - \omega \cdot L_q \cdot i_q \quad (1.2.2.6)$$

$$U_q = R \cdot i_q + L_q \cdot di_q / dt + W \cdot (L_d \cdot i_d + L_{hd} \cdot i_e) \quad ^\wedge \quad (1.2.2.7)$$

$$U_e = R_e \cdot i_e + L_e \cdot di_e/dt + L_{hd} \cdot di_d/dt \quad (1.2.2.8)$$

### 1.2.3 Die linearisierte Momentengleichung

Der FFlußzeiger  $\Psi$  ist nach (1.2.1.2 und 1.2.1.3) gegeben durch:

$$\underline{\Psi} = \Psi_d + j\Psi_q = L_d \cdot i_d + L_{hd} \cdot i_e + j \cdot L_q \cdot i_q$$

Setzt man dies in die Momentengleichung (1.2.1.4):  $m_{el} = 3/2 \cdot Z_p \cdot \text{Im}(\Psi^* \cdot j)$  ein, so erhält man:

$$\begin{aligned} m_{el} &= 3/2 \cdot Z_p \cdot (\Psi_d \cdot i_q - \Psi_q \cdot i_d) \\ m_{el} &= 3/2 \cdot Z_p \cdot ((L_d \cdot i_d + L_{hd} \cdot i_e) \cdot i_q - L_q \cdot i_q \cdot i_d) \\ m_{el} &= 3/2 \cdot Z_p \cdot (L_{hd} \cdot i_e \cdot i_q + (L_d - L_q) \cdot i_q \cdot i_d) \end{aligned} \quad (1.2.3.1)$$

Das Moment  $m_{el}$  kann nun in zwei Anteile zerlegt werden:

$$m_{el} = m_{el, vp} + m_{el, reak}$$

Dabei ist

$$m_{el, vp} = 3/2 \cdot Z_p \cdot L_{hd} \cdot i_e \cdot i_q \quad (1.2.3.2)$$

das **Vollpolmoment** der Maschine und

$$m_{el, reak} = 3/2 \cdot Z_p \cdot (L_d - L_q) \cdot i_q \cdot i_d \quad (1.2.3.3)$$

das **Reaktionsmoment** der Maschine.

Das Reaktionsmoment tritt bei gegebenem Vollpolmoment um so mehr in Erscheinung, je

größer  $|i_d|$  ist. Angemerkt sei hier, daß diese Tatsache bei einer nahezu symmetrischen Maschine in Betriebsbereichen, in denen eine Vorsteuerung des Stromzeigers notwendig ist, nachteilige Auswirkungen hat.

#### 1.2.4 Gleichungen der Maschine mit Vollpoleigenschaften

Bei einer Maschine mit Vollpoleigenschaften gilt:

$$L_{hd} = L_{hq} = L_h \text{ und } L_d = L_q = L$$

Unter Berücksichtigung dieser Tatsache vereinfachen sich die Spannungsgleichungen für den Stator zu:

$$u_d = R \cdot i_d + L \cdot di_d/dt + L_h \cdot di_e/dt - \omega \cdot L \cdot i_q \quad (1.2.4.1)$$

$$u_q = R \cdot i_q + L \cdot di_q/dt + \omega \cdot (L \cdot i_d + L_h \cdot i_e) \quad (1.2.4.2)$$

Während bei den die allgemeine Synchronmaschine beschreibenden Gleichungen (1.2.2.6) und (1.2.2.7) eine vernünftige Darstellung in komplexer Form nicht möglich ist, können die Gleichungen im hier betrachteten Fall wieder in komplexer Form dargestellt werden:

$$u = R \cdot j + L \cdot dj/dt + j\omega \cdot L \cdot j + L_h \cdot di_e/dt + j\omega L_h \cdot i_e \quad (1.2.4.3)$$

Die Spannungsgleichung für den Feldkreis lautet:

$$U_e = R_e \cdot i_e + L_e \cdot di_e/dt + L_h \cdot di_d/dt \quad (1.2.4.4)$$

Die Momentengleichung vereinfacht sich durch das Verschwinden des Reaktionsmoments zu:

$$m_{el} = 3/2 \cdot Z_p \cdot L_h \cdot i_e \cdot i_q \quad (1.2.4.5)$$

#### 1.2.5 DIE PERMANENTMAGNETISCH ERREGTE SYNCHRONMASCHINE

Bei der permanentmagnetisch erregten Synchronmaschine, die im Folgenden auch als PM-Synchronmaschine bezeichnet wird, verliert die Spannungsgleichung (1.2.2.8) für den Feldkreis ihren Sinn, da sie keine Entsprechung in der Realität besitzt.

An ihre Stelle kann die Beziehung:

$$i_e = \text{const} \quad (1.2.5.1)$$

treten.

Dadurch vereinfachen sich die Gleichungen (1.2.2.6) und (1.2.2.7) zu:

$$U_d \cdot R \cdot i_d + L_a \cdot di_a/dt - \omega \cdot L_q \cdot i_q \quad (1.2.5.2)$$

$$U_q = R \cdot i_q + L_q \cdot di_q/dt + \omega \cdot (L_d \cdot i_d + L_h \cdot i_e) \quad (1.2.5.3)$$

Im Falle einer permanentmagnetisch erregten Synchronmaschine mit Vollpoleigenschaften kann von der Gleichung (1.2.4.3) ausgegangen werden. Diese vereinfacht sich zu:

$$\underline{u} = R \cdot j + L \cdot dj/dt + j\omega \cdot L \cdot j + j\omega L_h \cdot i_e \quad (1.2.5.4)$$

### 1.2.6 Berücksichtigung der Beeinflussung der Felder im Maschinenmodell

Unter Feldschwächung soll in diesem Abschnitt die Beeinflussung des Rotorfeldes durch die Statorfelder verstanden werden. Diese erfolgt bei der permanentmagnetisch erregten Synchronmaschine entsprechend der Steigung der B-H-Kennlinie.

Bei der Untersuchung des Einflusses der Feldschwächung gehen wir von einer Maschine mit Vollpoleigenschaften aus.

Die Beziehung  $i_e = \text{const}$  vernachlässigt den Einfluß der Feld-Schwächung, da hier unabhängig von Betrag und Richtung des Stromzeigers  $i$  der vom Rotor ausgehende Fluß stets als konstant angenommen ist.

Die Berücksichtigung der Schwächbarkeit des Feldes durch die d- Komponente der Statorstroms kann durch folgenden linearisierten Ansatz berücksichtigt werden:

$$i_d = i_{e0} + k * i_d \quad (1.2.6.1)$$

Dabei ist  $k$  eine Konstante, die abhängig von der Steigung der B- H-Kennlinie die Schwächbarkeit des Feldes kennzeichnet.

Durch Einsetzen der Beziehung (1.2.6.1) in die Gleichungen (1.2.4.1) und (1.2.4.2) erhält man:

$$\begin{aligned} u_d &= R * i_d + L * di_d/dt + L_h * k * di_d/dt - \omega * L * i_q \\ u_q &= R * i_q + L * di_q/dt + \omega * (L * i_d + L_h * i_{e0} + L_h * k * i_d) \end{aligned}$$

Hieraus folgt:

$$\begin{aligned} U_d &= R * i_d + (L + L_h * k) * di_d/dt - \omega * L * i_q \quad (1.2.6.2) \\ U_q &= R * i_q + L * di_q/dt + \omega * ((L + L_h * k) * i_d + L_h * i_{e0}) \end{aligned}$$

Definiert man nun die Induktivitäten:

$$L_d' = L + L_h * k \text{ und } L_q' = L \quad (1.2.6.3)$$

, so folgt durch Einsetzen in die Gleichungen (1.2.6.2):

$$\begin{aligned} U_d &= R * i_d + L_d' * di_d/dt - \omega * L_q' * i_q \quad (1.2.6.4) \\ U_q &= R * i_q + L_q' * di_q/dt + \omega * (L_d' * i_d + L_h * i_{e0}) \end{aligned}$$

Durch Vergleich mit den Gleichungen (1.2.5.2) und (1.2.5.3) erkennt man, daß bei Berücksichtigung der Feldschwächung aus der Maschine mit Vollpoleigenschaften eine unsymmetrische Maschine wird. Bei dieser Maschine hat die Ersatzinduktivität  $L_d'$  einen gegenüber der Induktivität  $L_q' = L$  erhöhten Wert.

Die geringe Steigung der B-H-Kennlinie der verwendeten Magnetmaterialien bedingt, daß die auf  $L = L_q'$  bezogene Differenz zwischen  $L_q'$  und  $L_q$  einen betragsmäßig geringen Wert hat. Es wird also i.A. zulässig sein, die Unsymmetrie der Maschine zu vernachlässigen und die Maschine als Vollpolmaschine zu behandeln. Auch in der vorliegenden Arbeit wird

die Schwächbarkeit der Felder der Permanentmagnete durch die Felder des Stators vernachlässigt.

### 1.2.7 Systemgleichungen der PM-Synchronmaschine mit Vollpoleigenschaften

Für die permanentmagnetisch erregte Synchronmaschine mit Vollpoleigenschaften gelten im rotorfesten System die folgenden Gleichungen:

$$u = R \cdot i + L \cdot di/dt + j\omega \cdot L \cdot i + j\omega \cdot L_h \cdot i_e \quad (1.2.7.1)$$

$$m_{el} = 3/2 \cdot Z_p \cdot L_h \cdot i_e \cdot i_q \quad (1.2.7.2)$$

$$P = 3/2 \cdot \text{Re}(u \cdot i^*) \quad (1.2.7.3)$$

Der gedachte konstante Strom  $i_e$  wird nun durch die EMK-Konstante  $k_{EMK}$  ersetzt:

$$k_{EMK} = L_h \cdot i_e \quad (1.2.7.4)$$

Durch Einsetzen in die Systemgleichungen erhält man:

$$u = R \cdot i + L \cdot di/dt + j\omega \cdot L \cdot i + j\omega \cdot k_{EMK} \quad (1.2.7.5)$$

$$m_{el} = 3/2 \cdot Z_p \cdot k_{EMK} \cdot i_q \quad (1.2.7.6)$$

Der letzte Summand in Gleichung (1.2.7.5) wird auch als Polradspannung  $U_p$  bezeichnet, so daß gilt:

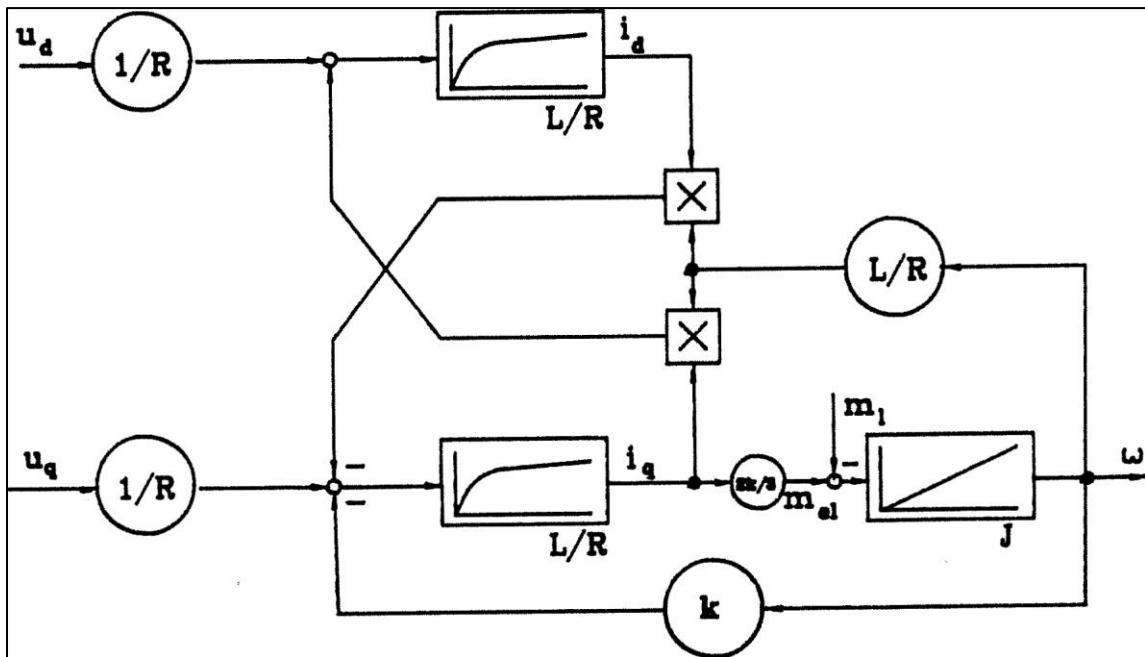
$$U_p = j\omega \cdot k_{EMK} \quad (1.2.7.7)$$

In Komponentenschreibweise lautet die Gleichung (1.2.7.5):

$$U_d = R \cdot i_d + L \cdot di_d/dt - \omega \cdot L \cdot i_q \quad (1.2.7.8)$$

$$U_q = R \cdot i_q + L \cdot di_q/dt + \omega \cdot (L \cdot i_d + k_{EMK}) \quad (1.2.7.9)$$

**Bild 1.2** zeigt das Strukturbild der permanentmagnetisch erregten Synchronmaschine mit Vollpoleigenschaften im d-q-System.



*BILD 1.2 Strukturbild der permanentmagnetisch erregten Synchronmaschine im rotorfesten System*

Bei verschiedenen Autoren - siehe z.B. /8 ORLIK/ - findet sich die Spannungsgleichung auch in der Darstellung im statofesten System. Diese kann aus der Spannungsgleichung im rotorfesten System durch Anwendung der Koordinatentransformation gewonnen werden. Im statofesten System lautet die Spannungsgleichung:

$$\underline{u} = R \cdot \underline{i} + L \cdot d\underline{i}/dt + j\omega \cdot k_{EMK} \cdot e^{j\varphi} \quad (1.2.7.8)$$

Dabei ist  $\varphi$  der elektrische Rotorwinkel.

Die Momentengleichung nimmt im statofesten System die folgende Gestalt an:

$$m_{el} = 3/2 \cdot Z_p \cdot k_{EMK} \cdot \text{Im}(i \cdot e^{-j\varphi}) \quad (1.2.7.9)$$

## 1.3 MASCHINENMODELLE IN MATRIZENDARSTELLUNG

### 1.3.1 HERLEITUNG DER MASCHINENGLEICHUNGEN

Verschiedentlich finden sich in der Literatur Maschinenmodelle, bei denen auf die Einführung eines komplexen Raumzeigers verzichtet wird. Anstelle des komplexen Raumzeigers tritt dann ein Vektor mit zwei Komponenten. Der Zusammenhang zwischen diesem Vektor und den drei Stranggrößen wird durch eine Transformationsmatrix hergestellt.

Diese Transformationsmatrix kann aus der komplexen Darstellung durch Aufspaltung in Real- und Imaginärteil gewonnen werden. Seien wieder  $x_a$ ,  $x_b$  und  $x_c$  die den Strängen zugeordneten Größen. Die durch Aufspaltung gewonnenen Größen im Zwei-Achsen-System seien mit  $x_\alpha$  und  $x_\beta$  bezeichnet.

Dann gilt:

$$x = x_\alpha + jx_\beta \quad (1.3.1.1)$$

Durch Anwendung der Definitionsgleichung (1.1.3.5) für den Raumzeiger folgt:

$$\begin{aligned} x_\alpha &= 2/3 * (x_a - 1/2 * (x_b + x_c)) \\ x_\beta &= 2/3 * x_a - 1/3 * (x_b + x_c) \end{aligned} \quad (1.3.1.2)$$

und

$$\begin{aligned} x_\beta &= 2/3 * \sqrt{3}/2 * (x_b - x_c) \\ + \quad x_\beta &= 1/\sqrt{3} * (x_b - x_c) \end{aligned} \quad (1.3.1.3)$$

Die Gleichungen (1.3.1.2) und (1.3.1.3) lassen sich unter Benutzung der Matrzenschreibweise wie folgt zusammenfassen:

$$\begin{pmatrix} x_\alpha \\ x_\beta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2/3 & -1/3 & -1/3 \\ 0 & 1/\sqrt{3} & -1/\sqrt{3} \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} x_a \\ x_b \\ x_c \end{pmatrix} \quad (1.3.1.4)$$

Zu  $x_\alpha$  und  $x_\beta$  kann nun eine dritte Komponente  $x_0$  hinzugefügt werden. Die Matrix kann so zu einer quadratischen Matrix A erweitert werden, daß die Komponente  $x_0$  unter der Bedingung ,

$$x_a + x_b + x_c = 0 \quad (1.3.1.5)$$

verschwindet. Damit dies gewährleistet ist, müssen alle Matrixelemente der dritten Zeile den gleichen Wert besitzen. Wählt man diesen Wert zu  $\sqrt{2}/3$ , so erhält man:

Durch diese Wahl wird erreicht, daß die Transformationsmatrix A in einem erweiterten Sinne orthogonal wird. Hiermit ist gemeint, daß die Beziehung:

$$A * A^T = k * E \quad (1.3.1.7)$$

gilt, wobei k eine Konstante und E die Einheitsmatrix ist.

Bei der Wahl des Wertes für die Elemente der dritten Zeile der Matrix (1.3.1.6) werden auch andere Wege beschritten.

Bei Gültigkeit der Beziehung (1.3.1.7) erhält man für die inverse Matrix  $A^{-1}$  :

$$A^{-1} = 1/k \star A^T \quad ^\wedge \quad (1.3.1.8)$$

Im hier betrachteten Fall ist  $k = 2/3$ . (1.3.1.9)

Anstelle der in Gleichung (1.3.1.6) definierten Matrix  $A$  kann auch eine Matrix  $A'$  verwendet werden, die definiert ist durch:

$$A' = a^* A \quad (1.3.1.10)$$

, wobei  $a$  eine Konstante ist

Für die inverse Matrix  $A'^{-1}$  gilt dann:

$$A'^{-1} = 3/2 \star 1/a^2 \star A'^T = 3/2 \star 1/a \star A^T \quad (1.3.1.11)$$

Die Matrix  $A'$  ist gemäß Definition genau dann orthogonal, wenn  $A'^{-1} = A'^T$  ist.

Demgemäß ist die durch Gleichung (1.3.1.10) definierte Matrix genau dann orthogonal, wenn  $a = \sqrt{3/2}$  ist.

Dieser Sachverhalt ist in /13 WEH, S.65/ beschrieben.

Die zugehörige orthogonale Matrix lautet:

$$A' = \sqrt{3/2} \star \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1/\sqrt{2} \\ -0.5 & 1/2 * \sqrt{3} & 1/\sqrt{2} \\ -0.5 & -1/2 * \sqrt{3} & 1/\sqrt{2} \end{pmatrix} \quad (1.3.1.12)$$

Sämtliche bisher abgeleiteten komplexen Gleichungen können nun auch - nach Zerlegung in Real- und Imaginärteil - in der Komponentendarstellung geschrieben werden.

So lautet z.B. die allgemeine komplexe Spannungsgleichung (1.1.16) in Komponentendarstellung:

$$\underline{u}_\alpha = i_\alpha \star R + d\Psi_\alpha / dt \quad (1.3.1.13)$$

$$\underline{u}_\beta = i_\beta \star R + d\Psi_\beta / dt$$

Aus der Leistungsgleichung (1.1.20) erhält man durch Anwendung der Komponentenschreibweise:

$$P = 3/2 (u_\alpha \star i_\alpha + u_\beta \star i_\beta) \quad (1.3.1.14)$$

### 1.3.2 Leistungsvariante und leistungsinvariante Transformationen

Die Transformation eines dreisträngigen Systems in ein zweisträngiges System kann nun nie derart erfolgen, daß sämtliche beim dreisträngigen System gültigen Gesetze auch beim zweisträngigen System Gültigkeit besitzen.

Die durch Gleichung (1.3.1.4) beschriebene Transformation ist, wie die Leistungsgleichung (1.3.1.14) zeigt, leistungvariant. Zur Korrektur muß hier der Faktor 3/2 benutzt werden.

Bei Verwendung der orthogonalen Transformation (1.3.1.12) gilt:

$$P = u_a \star i_a + u_b \star i_b + u_c \star i_c = u_3^T \star i_3 = (A'^{-1} \star U_2)^T \star A'^{-1} \star i_2$$

Hieraus folgt:

$$P = U_3^T \star i_3 = U_2^T \star i_2$$

Hierbei sind die Vektoren im dreisträngigen System durch den tiefgestellten Index 3 und die Vektoren im zweisträngigen System durch den tiefgestellten Index 2 gekennzeichnet. Die orthogonale Transformation ist also wegen der Orthogonalität der verwendeten Matrizen eine leistungsinvariante Transformation.

Es wird nun im dreiphasigen System ein sinusförmiger zeitlicher Verlauf der Stranggrößen betrachtet gemäß:

$$\begin{aligned} x_a(t) &= a \cdot \sin(\omega t) \\ x_b(t) &= a \cdot \sin(\omega t + 2\pi/3) \\ x_c(t) &= a \cdot \sin(\omega t + 4\pi/3) \end{aligned} \quad (1.3.2.1)$$

Im zweiphasigen wird ein entsprechender Verlauf zugrunde gelegt:

$$\begin{aligned} X_A &= a \cdot \sin(\omega t) \\ X_B &= a \cdot \sin(\omega t + \pi/2) \end{aligned} \quad (1.3.2.2)$$

Die durch Gleichung (1.3.1.4) beschriebene Transformation ist nun so beschaffen, daß die Amplituden im zweiphasigen und im dreiphasigen System gleich groß sind. Es gilt also hier  $a = a'$ . Bei der orthogonalen Transformation (1.3.1.12) gilt hingegen:  $a' = \sqrt{3/2} \cdot a$ .

Diese Tatsache wird in /13 WEH/ auf Seite 65 erwähnt.

## 2. MASCHINENGLEICHUNGEN IN BEZOGENEN GRÖßen

### 2.1 Bezugenes Größensystem

Bei der Behandlung der Synchronmaschine werden in der Literatur häufig bezogene Größen benutzt. Durch die Einführung bezogener Größen sollen die Ergebnisse der Untersuchungen von den Eigenschaften einer bestimmten Maschine losgelöst werden. Hierdurch wird der Vergleich der Eigenschaften von Maschinen unterschiedlicher Größe und Bauart vereinfacht.

Bei der Einführung bezogener Größen werden häufig die Nenndaten der Maschine als Bezugsgrößen benutzt. Derart wird z.B. in **I BUEHLER** verfahren. Im hier betrachteten Fall der Synchronmaschine als Servomotor existieren Nenndaten im herkömmlichen Sinne nicht. Die Bezugsgrößen werden hier deshalb so gewählt, daß die Maschinengleichungen eine möglichst einfache Form annehmen. Im Folgenden werden zunächst die Bezugsgrößen definiert und anschließend die Maschinengleichungen in bezogenen Größen abgeleitet. Als Bezugsgrößen werden die folgenden Größen verwendet:

#### 1. Die elektrische Zeitkonstante $T_{el}$

$$T_{el} = L/R \quad (2.1.1.)$$

#### 2. Die Winkelgeschwindigkeit $\omega_0$

$$\omega_0 = R/L = 1/T_{el} \quad (2.1.2)$$

Bei der Winkelgeschwindigkeit  $\omega_0$  herrscht zwischen Spannung und Strom in der Maschine eine Phasendifferenz von 45 Grad.

Deshalb wird sie auch als 45°-Winkelgeschwindigkeit bezeichnet.

#### 3. Die Bezugsspannung $U_0$

$$U_0 = k_{EMK} \cdot \omega_0 \quad (2.1.3)$$

$U_0$  ist der Betrag der Spannung, die vom Rotor im Stator induziert wird, wenn die Maschine mit der Winkelgeschwindigkeit  $\omega_0$  betrieben wird.

#### 4. Der Bezugstrom $I_0$

$$I_0 = k_{EMK}/L = k_{EMK} \cdot \omega_0 / (L \cdot \omega_0) \quad (2.1.4)$$

$I_0$  ist der Betrag des Stroms, der bei der Winkelgeschwindigkeit  $\omega = \infty$  im Stator fließt, wenn die Maschine im Kurzschlußbetrieb betrieben wird. Für den Betrag  $I_{45}$  des Stroms, der bei  $\omega = \omega_0$  im Kurzschlußbetrieb fließt, gilt:  $I_{45} = I_0/\sqrt{2}$ .

#### 5. Die Bezugsimpedanz $Z_0$ :

$$Z_0 = R \quad (2.1.5)$$

$Z_0$  ist die Impedanz eines Statorstranges bei  $\omega = 0$ . Für den Betrag  $Z_{45}$  der Statorimpedanz bei  $\omega = \omega_0$  gilt  $Z_{45} = Z_0 \cdot \sqrt{2}$ .

Aus den Größen  $\omega$ ,  $u$ ,  $i$ ,  $Z$  und  $t$  werden nun die entsprechenden bezogenen Größen gebildet. Die bezogenen Größen werden dabei durch Apostrophe von den ursprünglichen Größen unterschieden:

$$\omega' = \omega/\omega_0 = \omega * L/R \quad (2.1.6)$$

$$u' = u/U_0 \quad (2.1.7)$$

$$i' = i/I_0 \quad (2.1.8)$$

$$Z' = Z/Z_0 = (R + j\omega L)/R = 1 + j\omega' \quad (2.1.9)$$

$$t' = t/T_{el} \quad (2.1.10)$$

## 2.2 Umrechnung der Maschinengleichungen in bezogene Größen

Für die permanentmagnetisch erregte Synchronmaschine sind in Kapitel 1 die folgenden im rotorfesten System gültigen Gleichungen abgeleitet worden:

$$u = R*i + L*di/dt + j\omega L*i + j\omega*k_{EMK} \quad (2.2.1)$$

$$m_{el} = 3/2 * z_p * k_{EMK} * i_q \quad (2.2.2)$$

$$J * d\omega/dt = m_{el} - m_l \quad (2.2.3)$$

Dabei ist  $J$  das gemeinsame Trägheitsmoment von Rotor und Last und  $m_l$  das Lastmoment.

Die Definitionsgleichungen (2.1.6) bis (2.1.9) für die bezogenen Größen werden nun nach den ursprünglichen Größen aufgelöst und in die Gleichung (2.2.1) eingesetzt:

$$u_0 * u' = R * i_0 * i' + L * i_0 * di'/dt + j\omega * L * i_0 * i' + j\omega_0 * \omega' * k_{EMK}$$

Aus dieser Gleichung folgt nach Division durch  $u_0$  unter Verwendung der Definitionen der Bezugsgrößen die Gleichung:

$$u' = i' + \omega_0^{-1} * di'/dt + j\omega * i' + j\omega' \quad (2.2.4)$$

Aus Gleichung (2.2.2) folgt:

$$m_{el} = 3/2 * z_p * k_{EMK} * i_0 * i_q' = 3/2 * z_p * k_{EMK}^2 / L * i_q' \quad (2.2.5)$$

Es wird nun die **bezogene Momentenkonstante  $k_{MOM}'$**  eingeführt:

$$k_{MOM}' = 3/2 * z_p * k_{EMK}^2 / L \quad (2.2.6)$$

Sie hat die Dimension des Drehmoments.

Hiermit folgt aus (2.2.5):

$$m_{el} = k_{MOM}' * i_q' \quad (2.2.7)$$

Die Gleichung (2.2.4) kann noch vereinfacht werden, indem anstelle der Zeit  $t$  die bezogene Zeit  $t'$  benutzt wird. Hierzu ist in (2.2.4.) die Ableitung nach  $t$  durch die Ableitung nach  $t'$  zu ersetzen. Für die zeitliche Ableitung einer beliebigen Größe  $x$  gilt:

$$dx/dt = dt'/dt * dx/dt' = 1/T_{el} * dx/dt' \quad (2.2.8)$$

Unter Berücksichtigung dieser Beziehung folgt aus (2.2.4) die Gleichung:

$$u' = i' + di'/dt + j\omega' \cdot i' + j\omega' \quad (2.2.9)$$

Bei Verwendung der bezogenen Zeit  $t'$  ist auch die Momentengleichung (2.2.3) zu transformieren. Aus Gleichung (2.2.3) erhält man:

$$\begin{aligned} J \star \omega_0 \star d\omega'/dt &= m_{el} - m_l \\ J \star \omega_0/T_{el} \star d\omega'/dt' &= m_{el} - m_l \\ J/T_{el}^2 \star d\omega'/dt' &= m_{el} - m_l \end{aligned} \quad (2.2.10)$$

Das **bezogene Trägheitsmoment J** wird nun definiert durch:

$$J' = J/T_{el}^2 \quad (2.2.11)$$

Die Konstante  $J'$  hat wie bereits die Momentenkonstante  $k_{MOM}'$  die Dimension des Drehmoments.

Hiermit geht Gleichung (2.2.10) über in:

$$J' \star d\omega'/dt' = m_{el} - m_l \quad (2.2.12)$$

Die Gleichungen (2.2.9), (2.2.7) und (2.2.12) beschreiben das Verhalten des Systems in bezogenen Größen.

Für die Leistung ergibt sich in bezogenen Größen der folgende Ausdruck:

$$\begin{aligned} P &= 3/2 \star U_0 \star I_0 \star \text{Re}(u' \star i'^*) \\ P &= 3/2 \star k_{EMK}^2 \star R/L^2 \star \text{Re}(u' \star i'^*) \end{aligned} \quad (2.2.13)$$

Das Verhalten der permanentmagnetisch erregten Synchronmaschine wird bei der Darstellung in nicht bezogenen Größen durch eine Vielzahl von Parametern bestimmt.

Bei der Darstellung in bezogenen Größen reichen einige wenige Parameter zur Beschreibung des Verhaltens der Maschine aus.

Es sind dies die folgenden Parameter:

1. Die zur Verfügung stehende Spannung:

$$U_{max}' = U_{max}/U_0 \quad (2.2.14)$$

Die zur Verfügung stehende Spannung wird bestimmt durch die verwendete Zwischenkreisspannung und begrenzt durch die Spannungsfestigkeit der Maschine.

2. Der zulässige Statorstrom:

$$i_{max}' = i_{max}/T_0 \quad (2.2.15)$$

Der zulässige Strom  $i_{max}$  wird bestimmt durch die aufgrund der ohmschen Verluste auftretende Erwärmung der Maschine. Zu unterscheiden ist hier noch zwischen dem kurzzeitig zulässigen Strom und dem langzeitig zulässigen Strom.

3. Die bezogene Momentenkonstante:

$$k_{MOM}' = 3/2 \star Z_p \star k_{EMK}^2 / L \quad (2.2.16)$$

Bei der Betrachtung des Gesamtsystems sind ferner noch das bezogene Trägheitsmoment  $J'$  und die maximale Winkelgeschwindigkeit  $\omega_{\max}$ , bis zu der der Motor betrieben werden soll, von Bedeutung.

**In den folgenden Kapiteln wird bei der Untersuchung des Systems stets dieses bezogene Größensystem benutzt.**

### 2.3 Zusammenstellung der Maschinengleichungen im rotorfesten System in bezogenen Größen

Zur besseren Übersicht sind hier die Gleichungen zusammengestellt, die das Verhalten der Maschine bei Verwendung bezogener Größen beschreiben:

$$\underline{u}' = \underline{i}' + \frac{di'}{dt} + j\omega' \star \underline{i}' + j\omega' \underline{i}' \quad (2.3.1)$$

$$m_{el} = k_{MOM'} \star i_q' \quad (2.3.2)$$

$$J' \star d\omega'/dt' = m_{el} - m_i \quad (2.3.3)$$

**Bild 2.1** zeigt das zu Gleichung (2.3.1) gehörende Spannungszeigerdiagramm. Die Apostrophe sind darin weggelassen. **Bild 2.2** zeigt das Spannungszeigerdiagramm bei Vorliegen des stationären Zustands ( $di'/dt' = 0$ ). Die strichlierte Linie stellt dabei bei vorgegebenem  $i$  die Ortskurve des zugehörigen Spannungspunkts in Abhängigkeit von  $\omega$  dar.

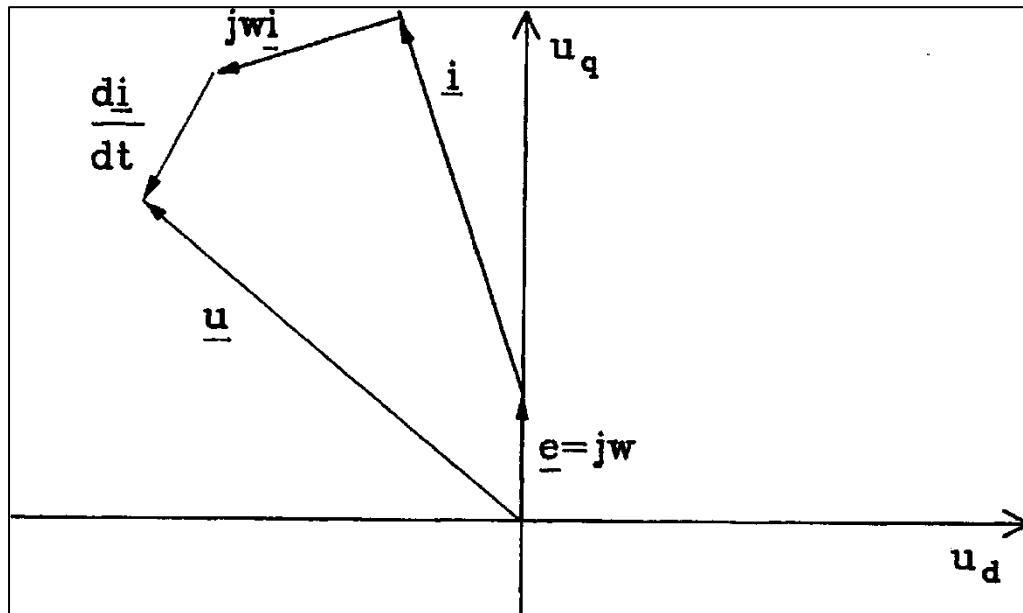


Bild 2.1 Spannungszeigerdiagramm in bezogenen Größen

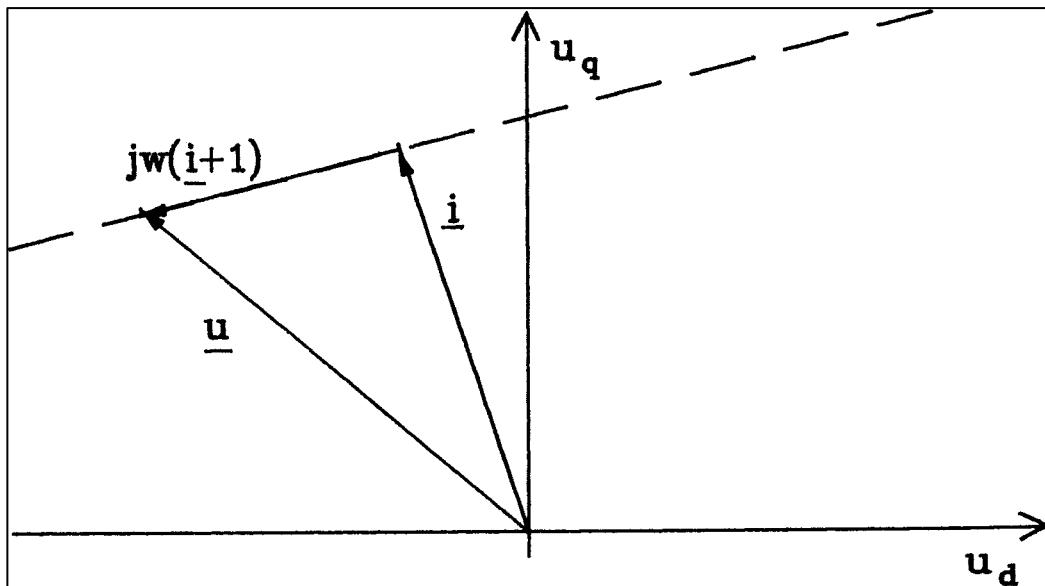


Bild 2.2 Spannungszeigerdiagramm für den stationären Zustand in bezogenen Größen

## 2.4 Maschinengleichungen im rotorfesten System in bezogenen Größen

Aus der Spannungsgleichung (2.3.1) im rotorfesten System erhält man durch Anwendung der Transformation:

$$\underline{x}'^s = \underline{x}'^r \star e^{j\varphi} \quad (2.4.1)$$

die Spannungsgleichung im statorfesten System. Dabei ist  $x$  eine vektorielle Größe. Die hochgestellten Indices  $s$  bzw.  $r$  bezeichnen die Größen im statorfesten bzw. im rotorfesten System.  $\varphi = \varphi(t)$  ist der Rotorwinkel.

Die Spannungsgleichung im statorfesten System lautet demnach:

$$\underline{u}' = \underline{i}' + d\underline{i}'/dt' + j\omega' \star \underline{e}^{j\varphi} \quad (2.4.2)$$

## 3. DIE ÜBERTRAGUNGSMATRIX DER SYNCHRONMASCHINE

### 3.1 ÜBERTRAGUNGSMATRIX BEI KONSTANTER WINKELGESCHWINDIGKEIT

Es werden die in Abschnitt 2.3 zusammengefassten Gleichungen der permanentmagnetisch erregten Synchronmaschine mit Vollpoleigenschaften im d-q-System in bezogenen Größen zugrunde gelegt. Auf die Kennzeichnung der bezogenen Größen durch Apostrophe wird verzichtet.

Die Spannungsgleichung (2.3.1) im rotorfesten System:

$$\underline{u} = \underline{i} + d\underline{i}/dt + j\omega \star \underline{i} + j\omega$$

ist eine nichtlineare komplexe Differentialgleichung.

Mit der komplexen Variablen:  $\underline{a} = 1 + j\omega$  (3.1.1)

kann diese Gleichung auch in der Form:

$$\underline{u} = d\underline{i}/dt + \underline{a} \star \underline{i} + j\omega \quad (3.1.2)$$

dargestellt werden. Nach Durchführung einer Umformung wird hieraus die Gleichung:

$$u - j\omega = di/dt + a^*i \quad (3.1.3)$$

Aus der Form dieser Gleichung ist ersichtlich, daß es sich um ein komplexes VZ1-Glied im Sinne von NAUNIN (/14/, Blatt Dynl3) handelt. Die Übertragungsfunktion des komplexen VZ1-Gliedes ist - wie dort beschrieben - eine Spirale. Bei Voraussetzung konstanter Winkelgeschwindigkeit  $\omega$  wird aus der Spannungsgleichung 2.3.1 eine lineare Differentialgleichung. Bei konstanter Winkelgeschwindigkeit  $\omega$  kann also auf dieses Gleichungssystem die Laplacetransformation angewendet werden und so eine Übertragungsfunktion abgeleitet werden. Durch Anwendung der Laplacetransformation auf die Komponenten der DGL (2.3.1) erhält man:

$$\begin{aligned} u_d(s) &= s^*i_d + i_d - \omega^*i_q \\ u_q(s) &= s^*i_q + i_q + \omega^*i_d + \omega \end{aligned} \quad (3.1.4)$$

Hieraus folgt durch Umformung:

$$\begin{aligned} u_d(s) &= (s+1)^*i_d - \omega^*i_q \\ u_q(s) &= (s+1)^*i_q + \omega^*i_d + \omega \end{aligned} \quad (3.1.5)$$

In Matrixschreibweise lautet dieser Zusammenhang:

$$\begin{pmatrix} u_d \\ u_q \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} s+1 & -\omega \\ \omega & s+1 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} i_d \\ i_q \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ \omega \end{pmatrix} \quad (3.1.6)$$

Damit sich hier nun ein linearer Zusammenhang ergibt, muß das Gleichungssystem wie folgt umgeformt werden:

$$\begin{pmatrix} u_d \\ u_q - \omega \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} s+1 & \omega \\ -\omega & s+1 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} i_d \\ i_q \end{pmatrix} \quad (3.1.7)$$

Anstelle von  $u_q$  tritt also hier der Ausdruck  $u_q - \omega = u_q - u_p$  auf der linken Seite der Gleichung auf. Durch Auflösung nach  $i_d$  und  $i_q$  ergibt sich:

$$\begin{pmatrix} i_d \\ i_q \end{pmatrix} = 1/D \begin{pmatrix} s+1 & -\omega \\ \omega & s+1 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} u_d \\ u_q - \omega \end{pmatrix} \quad (3.1.8)$$

, wobei  $D = (s+1)^2 + \omega^2$  ist.

Die in Gleichung (3.1.8) auftretende Übertragungsmatrix wird nun mit A bezeichnet:

$$A = 1/D \begin{pmatrix} s+1 & -\omega \\ \omega & s+1 \end{pmatrix} \quad (3.1.9)$$

Die Übertragungsmatrix A ist orthogonal.

Für die Determinante der Übertragungsmatrix erhält man unter Berücksichtigung der Tatsache, daß der vor der Matrix stehende Faktor 1/D mit der Potenz zwei berücksichtigt werden muß, den Wert:

$$\det(A) = ((s+1)^2 + \omega^2)^{-1} = D^{-1} \quad (3.1.10)$$

Die Übertragungsmatrix A wird bestimmt durch die beiden Übertragungsfunktionen:

$$G_1(s) = (s+1)/((s+1)^2 + \omega^2) \quad (3.1.11)$$

und

$$G_2(s) = s/((s+1)^2 + \omega^2) \quad (3.1.12)$$

Für diese beiden Übertragungsfunktionen wurden mit einem Rechnerprogramm die Frequenzkennlinien und die Ortskurven bei verschiedenen Werten von  $\omega$  berechnet.

Im Folgenden wird der Parameter  $\omega$  zur Unterscheidung von der Abszissenvariablen  $\omega = 2\pi n f$  in den Frequenzkennlinien mit  $\omega_r$  bezeichnet.

Die **Bilder 3.1 bis 3.3** zeigen die Frequenzkennlinien für  $\omega_r = 0,5$ ,  $\omega_r = 1$  Und  $\omega_r = 10$ .

Die Resonanzstellen von  $G_i(s)$  liegen stets bei  $\omega = \omega_r$ .

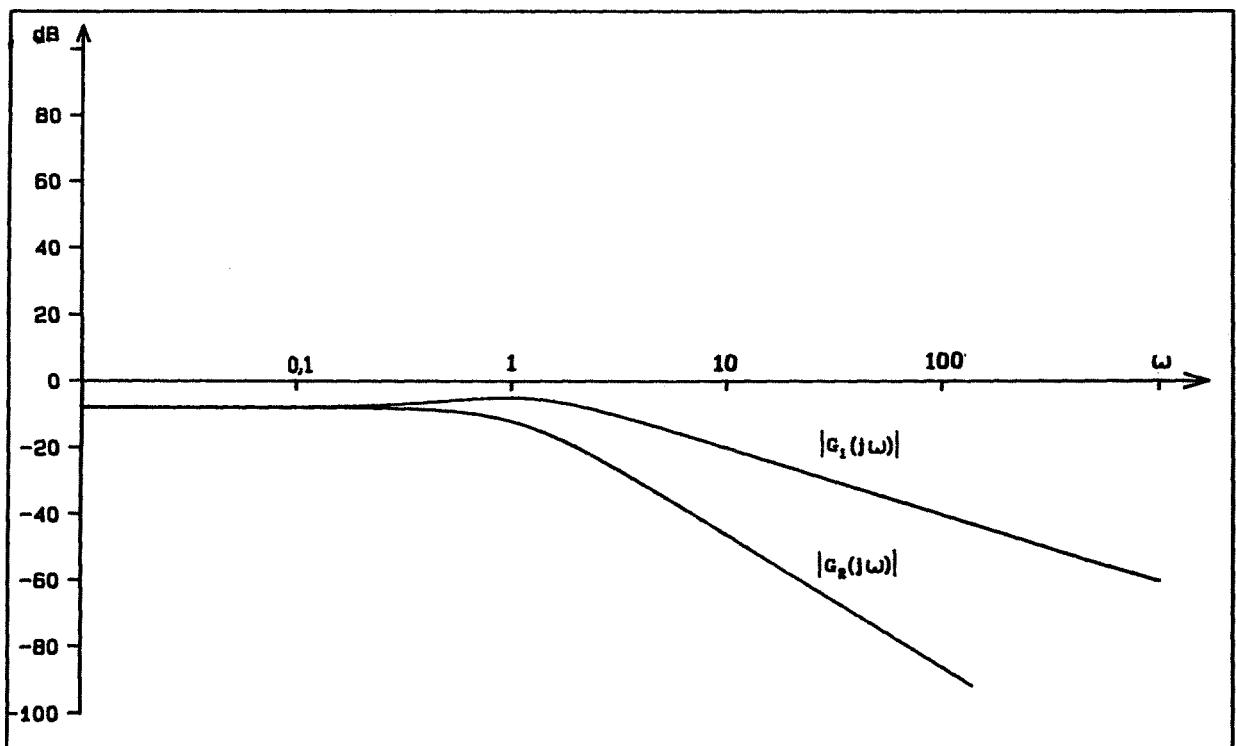


Bild 3.1 Betragsfrequenzgänge der Funktionen  $G_1(j\omega)$  und  $G_a(j\omega)$  bei  $\omega_r = 0,5$

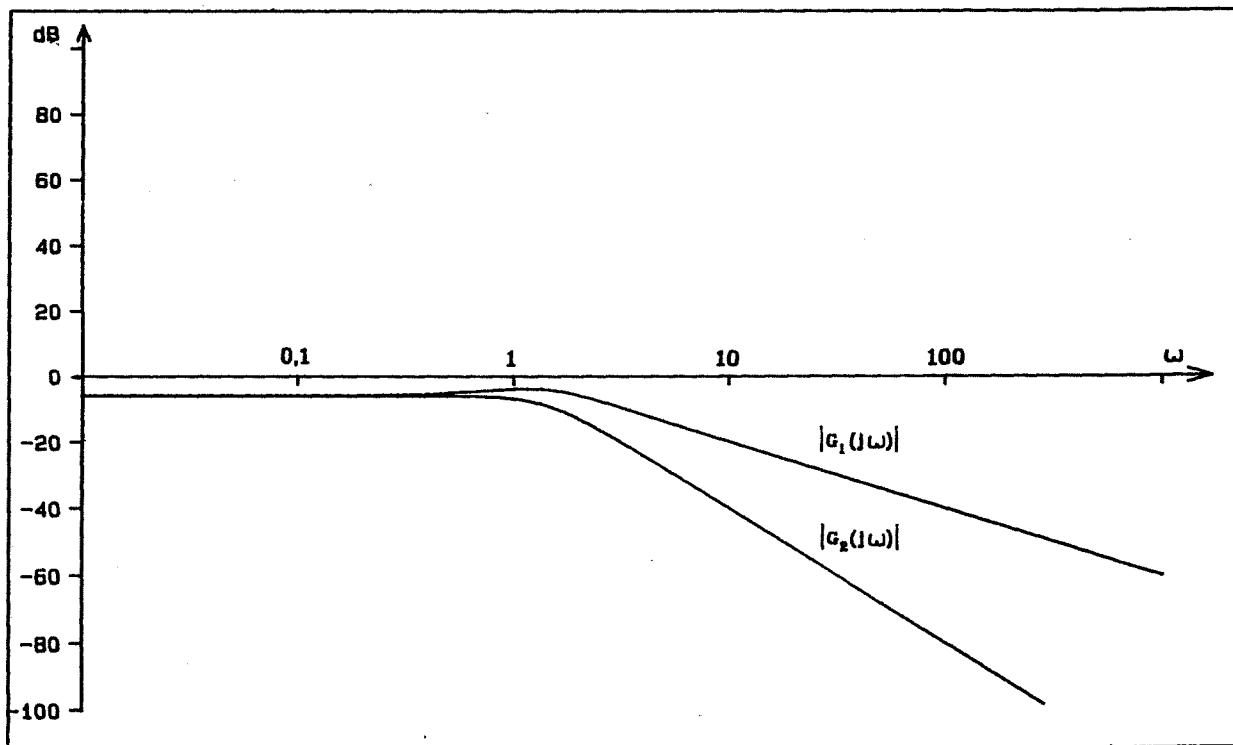


Bild 3.2 Betragsfrequenzgänge der Funktionen  $G_1(j\omega)$  und  $G_2(j\omega)$  bei  $\omega_r = 1$

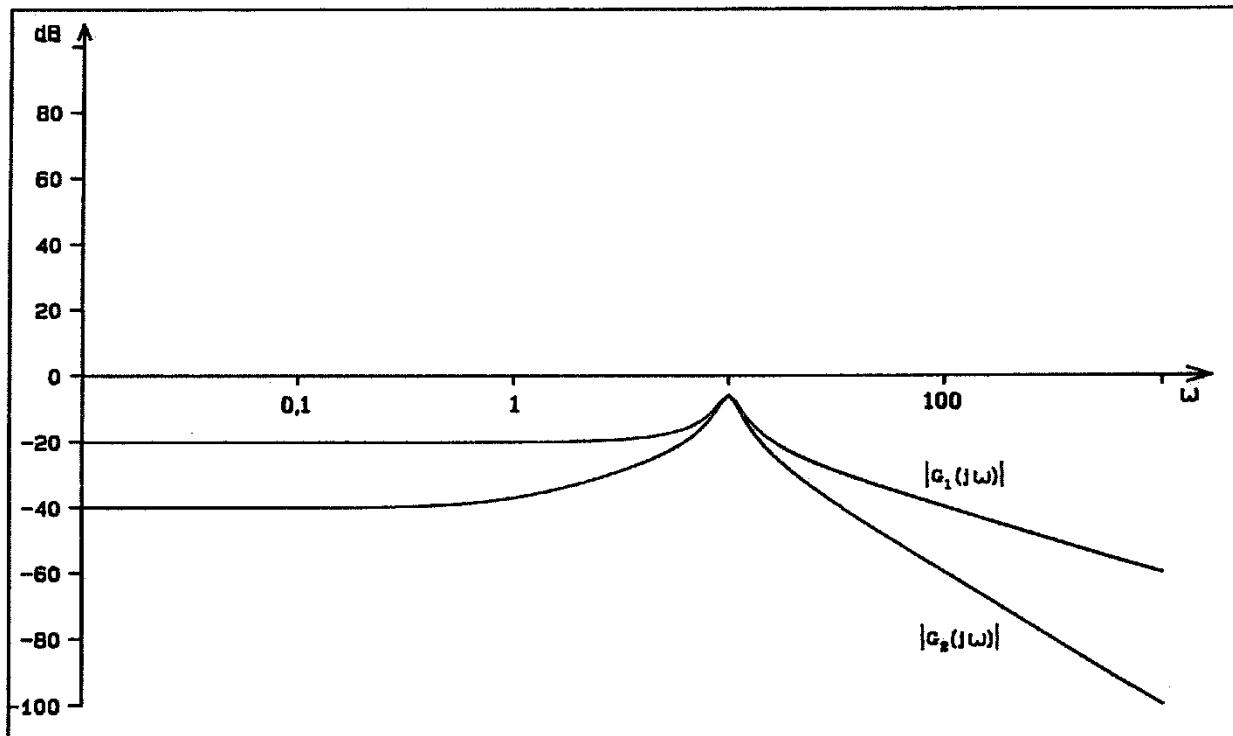


Bild 3.3 Betragsfrequenzgänge der Funktionen  $G_1(j\omega)$  und  $G_z(j\omega)$  bei  $\omega_r = 10$

Auffällig ist die starke Ausprägung der Resonanz beim Parameterwert  $\omega_r = 10$ .

Die Interpretation der Frequenzkennlinien ist nicht ganz einfach. Berücksichtigt werden muß hier insbesondere, daß bei ihrer Erstellung das rotorfeste System zugrunde gelegt wurde.

Grundsätzlich ist eine starke Dämpfung der höherfrequenten Anregungen festzustellen, da das System aufgrund der in ihm enthaltenen Induktivitäten Tiefpaßcharakter besitzt.

Betrachtet man die Funktion  $G_i(s)$ , die die Übertragung zwischen gleichartigen Komponenten bestimmt, so wird erkennbar, daß eine stationäre sinusförmige Anregung einer Komponente dann besonders stark übertragen wird, wenn ihre Frequenz in der Nähe der Rotorfrequenz liegt.

Der Einsatz von Pulswechselrichtern bedingt unvermeidliche Spannungsoberwellen. Der vom Pulswechselrichter im statorfesten System gegebene Spannungsverlauf ist zunächst in das rotorfeste System umzurechnen. Bei den im rotorfesten System auftretenden Spannungsoberwellen ist nun insbesondere auf solche Frequenzanteile zu achten, die in den Bereich der Rotorfrequenz fallen. Geht man davon aus, daß die Pulswechselrichterfrequenz  $f_p$  wesentlich höher ist als die Rotorfrequenz, so sind solche störenden Anregungen insbesondere dann zu erwarten, wenn die Pulswechselrichterfrequenz ein ganzes Vielfaches der Rotorfrequenz ist.

### 3.2 LINEARISIERUNG DES MODELLS

Die im obigen Abschnitt durchgeführten Rechnungen erforderten die Annahme konstanter Winkelgeschwindigkeit  $\omega$ .

Eine andere Möglichkeit zur Linearisierung, die ohne diese Annahme auskommt, besteht darin, die nichtlinearen Terme in einer neu zu definierenden Größe zu "verstecken". Hierzu wird die Spannungsgleichung (2.3.1) wie folgt umgeformt:

$$\underline{u} - j\omega^* \underline{i} - j\omega = \underline{j} + d\underline{i}/dt \quad (3.2.1)$$

Für die linke Seite der Gleichung wird nun eine neue Variable eingeführt, die hier als **kompensierte Spannung**  $u_{komp}$  bezeichnet wird:

$$u_{komp} = \underline{u} - j\omega^* \underline{i} - j\omega \quad (3.2.2)$$

Unter Verwendung dieser Definition wird aus Gleichung (3.2.1):

$$u_{komp} = \underline{j} + d\underline{i}/dt \quad (3.2.3)$$

Durch Übergang zur Komponentenschreibweise erhält man zwei nicht gekoppelte lineare Differentialgleichungen:

$$U_{komp,d} = i_d + d i_d/dt \quad (3.2.4a)$$

$$U_{komp,q} = i_q + d i_q/dt \quad (3.2.4b)$$

Jede dieser Spannungsgleichungen ist identisch mit der einfachsten Form der Spannungsgleichung der Gleichstrommaschine.

Dieser Ansatz kann den Ausgangspunkt für die Entwicklung eines linearen Zustandsreglers für die permanentmagnetisch erregte Synchronmaschine bilden.

## 4. Verhalten im stationären Zustand

### 4.1 Stromzeigergebiete

#### 4.1.1 Allgemeines

Das Verhalten der permanentmagnetisch erregten Synchronmaschine im stationären Zustand ist ausführlich in /3 GROTSTOLLEN/ untersucht worden. Gegenüber der erwähnten Untersuchung sind die hier erzielten Resultate übersichtlicher und einfacher, da hier das bezogene Größensystem verwendet wird.

Als stationärer Zustand wird im Folgenden ein Zustand bezeichnet, bei dem die Rotorwinkelgeschwindigkeit  $\omega$  konstant ist und

$$i(t) = i * e^{j\omega t} \quad (4.1.1.1)$$

gilt.

Der Weg des Strompunkts ist dann ein Kreis. Um den umständlichen Ausdruck "Winkelgeschwindigkeit" zu vermeiden, wird dieselbe in diesem Abschnitt auch einfach als Drehzahl bezeichnet. Wegen des verwendeten Formelzeichens  $\omega$  sind Verwechslungen nicht zu befürchten.

Es wird nun das Verhalten des Motors bei Vorliegen des stationären Zustands untersucht. Die Untersuchung erfolgt im rotorfesten System in bezogenen Größen. Auf die Anbringung der Apostrophe, die bei der Herleitung der bezogenen Größen zur Unterscheidung der bezogenen von den nicht bezogenen Größen dienten, wird hier verzichtet.

Ziel der Betrachtungen ist, die Drehmoment-Drehzahl-Charakteristik der permanentmagnetisch erregten Synchronmaschine zu bestimmen sowie den Einfluß der Vorsteuerung zu untersuchen.

Bei der Untersuchung des stationären Falls ergeben sich nun die folgenden zwei Fragestellungen:

1. Bestimmung des maximalen und minimalen erzeugbaren Moments  $m$  in Abhängigkeit von  $\omega$  und den Maschinenparametern. Die Lage des Stromzeigers ist dann durch die Forderung nach Maximalität des Moments bereits bestimmt. Diese Bestimmung der Drehmoment-Drehzahl-Charakteristik wird in Abschnitt 4.2 durchgeführt.
2. Die Bestimmung der Lage des Stromzeigers bei vorgegebenem Moment  $m_{el}$  im Sinne einer verlustoptimalen Steuerung. Hierauf wird in Abschnitt 4.3 eingegangen.

Es sind dabei die Bereiche  $m_{el} > 0$  und  $m_{el} < 0$  und die Bereiche  $\omega > 0$  und  $\omega < 0$  zu untersuchen.

Man kann jedoch die Untersuchung beschränken auf entweder den Bereich  $m_{el} > 0$  oder den Bereich  $\omega > 0$ . Hier wird der Bereich  $m_{el} > 0$  untersucht für den Drehzahlbereich  $-\infty < \omega$

$< + \infty$ . Im Bereich  $\omega > 0$  stellt das Moment  $m_{ele}$  dabei ein Antriebsmoment dar, während es im Bereich  $\omega < 0$  als Bremsmoment wirkt.

Aus der Spannungsgleichung (2.2.9) folgt durch Wegfall der zeitlichen Ableitung die Spannungsgleichung für den stationären Zustand:

$$\underline{u} = \underline{i} + j\omega * \underline{i} + j\omega$$

$$u = (1+j\omega) * i + j\omega \quad (4.1.1.2)$$

Der Summand  $j\omega$  ist die Polradspannung  $U_p$ :

$$u_p = j\omega \quad (4.1.1.3)$$

Zu beachten ist hier, daß die bezogene Winkelgeschwindigkeit  $\omega$  des Rotors auch negative Werte annehmen kann.

#### 4.1.2 Der E-Kreis

Der Betrag von  $u$  ist im realen Fall begrenzt durch die Bemessung der Spannungsversorgung (hier der Zwischenkreisspannung), so daß gilt:

$$|u| \leq U_n \quad (4.1.2.1)$$

Der Wert  $U_{max}$  wird in jedem Fall begrenzt durch die Spannungsfestigkeit des Motors und der übrigen Bauelemente.

Das durch (4.1.2.1) bestimmte kreisförmige Spannungszeiger-Gebiet wird gemäß Gleichung (4.1.1.4) auf ein kreisförmiges Stromzeiger-Gebiet abgebildet, dessen Größe und Lage von der Winkelgeschwindigkeit  $\omega$  abhängig ist.

Dieses Gebiet soll **erreichbares Stromzeiger-Gebiet (E-Gebiet)** genannt werden. Der Rand des Gebiets soll als **E-Kreis** bezeichnet werden.

Der Mittelpunkt des E-Kreises ist durch  $i_p$  gemäß Gleichung (4.1.1.6) gegeben.

Die Ortskurve von  $i_p$  in Abhängigkeit von  $\omega$  ist ein Kreis mit dem Radius  $1/2$  und dem Mittelpunkt  $i_{pB} = -1/2$ .

Der Radius des E-Kreises ist gemäß (4.1.1.7) gegeben durch:  $U_{max} / |1 + j\omega|$

#### 4.1.3 Der Z-Kreis

Der Betrag von  $i$  muß begrenzt werden, da bei zu großen Strömen:

1. die Entmagnetisierung der Permanentmagnete erfolgt und
2. die Motortemperatur das zulässige Maß übersteigt.

Dementsprechend muß dafür gesorgt werden, daß die folgende Bedingung gewährleistet ist:

$$|i| \leq i_{hmax} \quad (4.1.3.1)$$

Das so bestimmte kreisförmige Gebiet soll **zulässiges Stromzeiger-Gebiet (Z-Gebiet)** genannt werden. Der Rand des Gebiets soll als **Z-Kreis** bezeichnet werden.

Der Z-Kreis ist also gegeben durch:

$$i_d^2 + i_q^2 = i_{Ba}x^2 \quad (4.1.3.2)$$

Bei genauerer Betrachtung kann noch Unterschiede zwischen dem kurzzeitigen und dem langzeitigen zulässigen Gebiet.

#### 4.1.4 DAS VERFÜGBARE STROMZEIGER-GEBIET

Der Durchschnitt des erreichbaren und des zulässigen Gebiets soll als verfügbares Stromzeigergebiet (V-Gebiet) bezeichnet werden. Das verfügbare Gebiet ist also stets die Schnittmenge zweier Kreise in der komplexen Ebene.

Bei  $\omega=0$  ist der E-Kreis ein Kreis um den Ursprung mit dem Radius  $U_{max}$ .

Bei vernünftiger Dimensionierung des Systems wird gelten:

$$U_{max} > I_{max} \quad (4.1.4.1)$$

Diese Bedingung gewährleistet, daß die verfügbare Spannung so groß ist, daß zumindest bei Rotorstillstand der zulässige Strom fließen kann.

Bei  $\omega = 0$  ist dann das zulässige Stromzeigergebiet im erreichbaren Gebiet enthalten.

Die Gültigkeit der Ungleichung (4.1.4.1) wird im Weiteren vorausgesetzt, ohne daß jeweils explizit darauf hingewiesen wird.

Die **Bilder 4.1 bis 4.3** zeigen die Lagen von E-Kreisen und Z-Kreisen bei drei verschiedenen Rotordrehzahlen.

#### 4.2 DAS MAXIMAL ERZEUGBARE MOMENT

##### 4.2.1 Definitionen

Als höchster Punkt einer (beschränkten) Menge in der komplexen Ebene werde der Punkt mit dem größten Imaginärteil bezeichnet. Offensichtlich wird das maximale Moment erzeugt, wenn der Strompunkt  $i$  im höchsten Punkt des V-Gebiets liegt.

Es sind nun drei Fälle denkbar:

1. Der höchste Punkt des Z-Kreises liegt innerhalb des E-Kreises. Dann erzeugt dieser Punkt das maximale Moment.
2. Der höchste Punkt des E-Kreises liegt innerhalb des Z-Kreises. Dann erzeugt dieser Punkt das maximale Moment.
3. Weder Fall 1 noch Fall 2 liegt vor. Dann wird das maximale Moment von einem der beiden Schnittpunkte von E-Kreis und Z-Kreis erzeugt.

Die unter 1. und 2. gemachten Aussagen ergeben sich unmittelbar aus der Tatsache, daß das V-Gebiet die Schnittmenge von E-Gebiet und Z-Gebiet ist.

Die unter 3. gemachte Aussage ergibt sich aus der Kreisform der Gebiete und der Tatsache, daß das höchste Punkt des V-Gebiets ein Randpunkt ist.

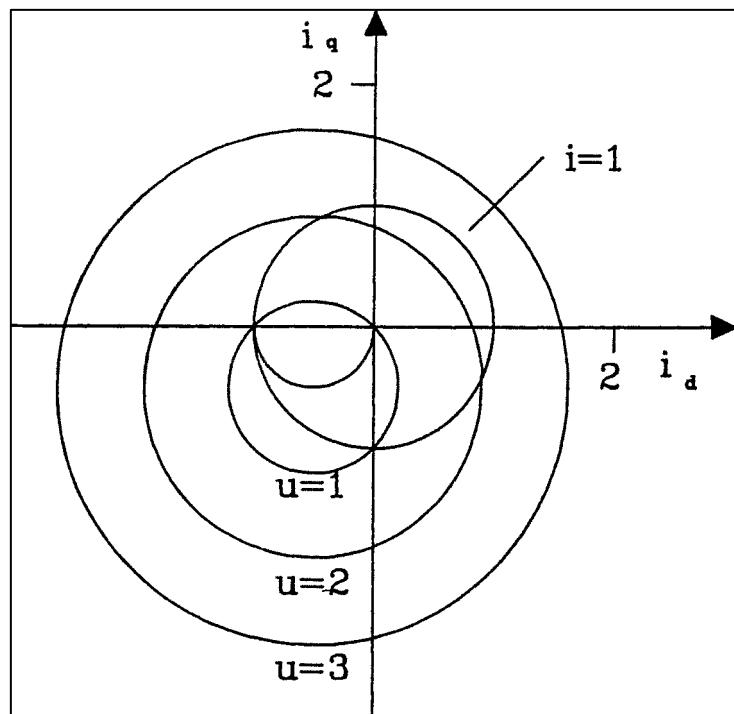


Bild 4.1 Lage von E-Kreisen und Z-Kreis bei  $\omega = 1 \text{ pu}$

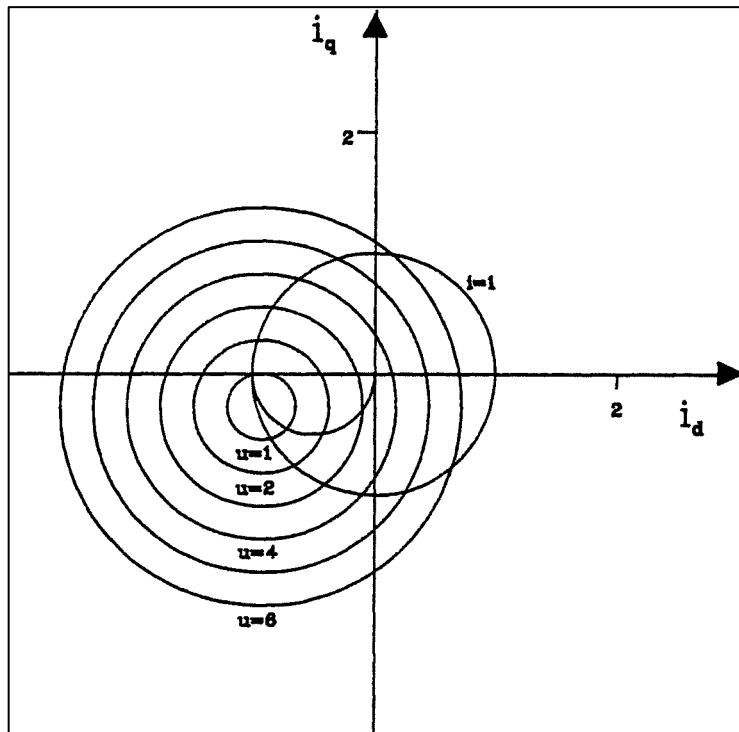


Bild 4.2 Lage von E-Kreisen und Z-Kreis bei  $\omega = 3,5 \text{ pu}$

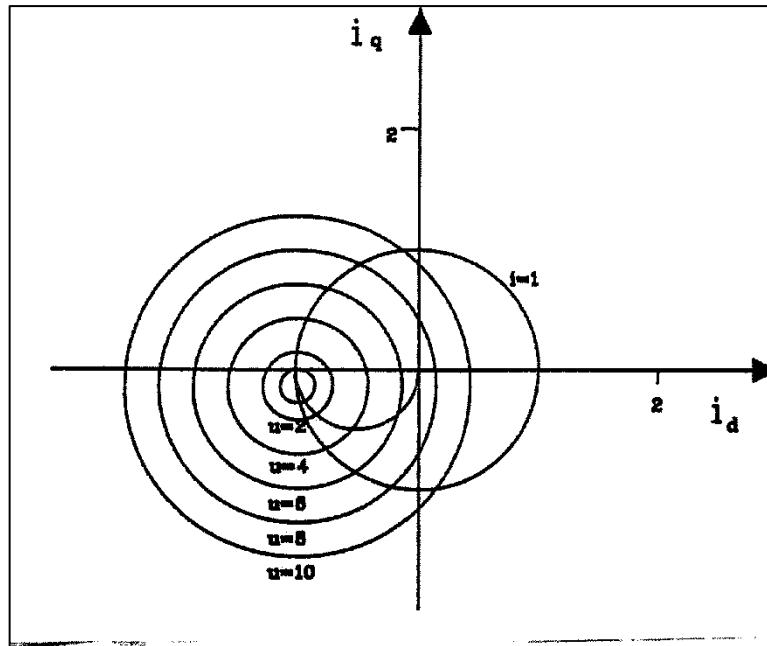


Bild 4.3 Lage von E-Kreisen und Z-Kreis bei  $\omega = 7$ .

Der Drehzahlbereich, in dem Fall 1 gilt, soll als **strombestimmter Bereich** bezeichnet werden, da die Größe  $i_{\max}$  das maximal erzeugbare Moment bestimmt. Grotstollen /3/ verwendet hier den Begriff **Grundstellbereich**.

Dementsprechend wird der Drehzahlbereich, in dem Fall 2 gilt, als **spannungsbestimmter Bereich** bezeichnet, da hier die Größe  $U_{\max}$  das maximal erzeugbare Moment bestimmt. Dieser Bereich wird von Grotstollen als **oberer Feldschwächbereich** bezeichnet.

Der Drehzahlbereich, in dem Fall 3 gilt, als **stromspannungs-bestimmter Bereich** bezeichnet. Grotstollen bezeichnet diesen Bereich als **unteren Feldschwächbereich**.

#### 4.2.2 DARSTELLUNGEN DES E-KREISES

Eine Parameterdarstellung des E-Kreises ist gegeben durch:

$$U_{\max}^* e^{j\varphi} = i \cdot (1 + j\omega) + j\omega \quad (0 \leq \varphi < 2\pi) \quad (4.2.2.1)$$

Mit  $i = i_d + j i_q$  erhält man:

$$U_{\max}^* e^{j\varphi} = i_d - \omega i_q + j(\omega i_d + i_q + \omega)$$

Durch Betragsbildung und Quadrieren folgt:

$$U_{\max}^2 = (i_d - \omega i_q)^2 + (\omega i_d + i_q + \omega)^2 \quad (4.2.2.1)$$

$$U_{\max}^2 = (1 + \omega^2) \cdot (i_d^2 + i_q^2) + 2\omega^*(\omega i_d + i_q) + \omega^2 \quad (4.2.2.2)$$

Obwohl der durch (4.2.2.2) gegebene Zusammenhang sehr einfach ist, gestaltet sich die Bestimmung des Weges des E-Kreises in Abhängigkeit von  $\omega$  durch die komplexe Ebene kompliziert, da sie auf Gleichungen 3. und 4. Grades führt.

In den folgenden Abschnitten werden Beziehungen für einige charakteristische Punkte des E-Kreises abgeleitet.

#### 4.2.3 Schnittpunkte des E-Kreises mit der imaginären Achse

Die Schnittpunkte des E-Kreises mit der imaginären Achse erhält man durch Einsetzen von  $i_d = 0$  in Gleichung (4.2.2.1):

$$U_{max}^2 = (\omega * i_q)^2 + (\omega + i_q)^2 \quad (4.2.3.1)$$

$$U_{max}^2 = (\omega^2 + 1) * i_q^2 + 2\omega * i_q + \omega^2$$

$$i_q^2 + 2\omega / (\omega^2 + 1) * i_q + (\omega^2 - U_{max}^2) / (\omega^2 + 1) = 0$$

$$i_{q1/2} = (-\omega \pm (\omega^2 - (\omega^2 - U_{max}^2) * (\omega^2 + 1))^{1/2}) / (\omega^2 + 1)$$

$$i_{q1/2} = (-\omega \pm (U_{max}^2 * (\omega^2 + 1) - \omega^4)^{1/2}) / (\omega^2 + 1) \quad (4.2.3.2)$$

Da Gleichung (4.2.3.1) symmetrisch bezüglich  $\omega$  und  $i_q$  ist, erhält man die Auflösung von Gleichung (4.2.3.1) nach  $\omega$  aus Gleichung (4.2.3.2) durch Vertauschen von  $i_q$  und  $\omega$ :

$$\omega_{1/2} = -i_q \pm (U_{max}^2 * (i_q^2 + 1) - i_q^4)^{1/2} / (i_q^2 + 1) \quad (4.2.3.3)$$

Ersetzt man in (4.2.3.3)  $i_q$  durch  $i_{max}$ , so erhält man die Drehzahlen  $\omega_g < 0$  und  $\omega_{-g} > 0$ , bei denen der E-Kreis den Z-Kreis im höchsten Punkt schneidet:

$$\omega_g = (-i_{max} + (U_{max}^2 * (i_{max}^2 + 1) - i_{max}^4)^{1/2}) / (i_{max}^2 + 1) \quad (4.2.3.4)$$

$$\omega_{-g} = (-i_{max} - (U_{max}^2 * (i_{max}^2 + 1) - i_{max}^4)^{1/2}) / (i_{max}^2 + 1)$$

Der strombestimmte Drehzahlbereich ist also der Bereich:

$$\omega_{-g} \leq \omega \leq \omega_g \quad (4.2.3.5)$$

Die Werte  $\omega_g$  und  $\omega_{-g}$  werden als **Grunddrehzahlen** bezeichnet.

Im strombestimmten Drehzahlbereich ist das maximal erzeugbare Moment drehzahlunabhängig gegeben durch:

$$m_{el} = 3/2 * Z_p * k_{mom} * i_{max} \quad (4.2.3.6)$$

Dieses Moment wird durch den Stromzeiger  $i = j * i_{max}$  erzeugt. Eine Vorsteuerung des Stromzeigers ist in diesem Bereich also nicht erforderlich.

Als **natürliche Leerlaufdrehzahl**  $\omega_{Lnat}$  soll die größte Drehzahl bezeichnet werden, bei der die Maschine stromlos betrieben werden kann.

Diese Bezeichnung ist aus /3 GROTSTOLLEN/ übernommen.

Man erhält sie, indem man in Gleichung (4.2.3.1)  $i_q = 0$  setzt:

$$\omega_{Lnat} = U_{max} \quad (4.2.3.7)$$

+

#### 4.2.4.3 Schnittpunkte des E-Kreises mit der reellen Achse

Die Schnittpunkte des E-Kreises mit der reellen Achse erhält man durch Einsetzen von  $i_q = 0$  in (4.2.2.1):

$$\begin{aligned} U_{\max}^2 &= i_d^2 + (\omega(\omega+i_d))^2 \\ U_{\max}^2 &= (1+\omega^2)i_d^2 + 2\omega^3 i_d + \omega^4 \end{aligned} \quad (4.2.4.1)$$

Auflösung dieser Gleichung nach  $i_d$  ergibt:

$$\begin{aligned} (\omega^2+1)i_d^2 + 2\omega^3 i_d + \omega^4 - U_{\max}^2 &= 0 \\ i_{d1/2} &= (-\omega^3 \pm (\omega^6 - (\omega^4 - U_{\max}^2) * (\omega^2 + 1)^{1/2}) / (\omega^2 + 1))^{1/2} \\ i_{d1/2} &= (-\omega^3 \pm (U_{\max}^2 * (\omega^2 + 1) - \omega^4)^{1/2}) / (\omega^2 + 1) \end{aligned} \quad (4.2.4.2)$$

Durch Betrachtung der Diskriminante in Gleichung (4.2.4.2) erhält man als Bedingung für die Existenz der Schnittpunkte  $i_{1/2}$ :

$$U_{\max}^2 > \omega^4 / (\omega^2 + 1) \quad (4.2.4.3)$$

Der E-Kreis berührt die reelle Achse bei der Drehzahl  $\omega_{bd}$ . Ist  $|\omega| > \omega_{bd}$ , so schneidet der E-Kreis die reelle Achse nicht.

Als **maximale Leerlaufdrehzahl**  $\omega_{Lmax}$  soll die Drehzahl bezeichnet werden, bis zu der die Maschine im Leerlauf ( $i_q = 0$ ) betrieben werden kann. ( $a = \sqrt{3/2}$ )

Es gilt also:

$$\omega_{Lmax} \leq \omega_{bd} \quad (4.2.4.5)$$

$$i_{q1/2} = (a \pm (\omega^2 * (i_{\max}^2 * (1+\omega^2) - a^2))^{0.5} / (1+\omega^2))^{1/2} \quad (4.2.5.6)$$

Dies sind die q-Komponenten der Schnittpunkte von Z-Kreis und E-Kreis.

Die zugehörigen d-Komponenten erhält durch Verwendung der Beziehung (4.2.5.4):

$$i_q = a\omega - \omega i_d$$

$$i_q^2 = a^2\omega - 2a\omega i_d + \omega^2 i_d^2$$

Durch Einsetzen der Beziehung  $i_q^2 = i_{\max}^2 - i_d^2$  folgt:

$$\begin{aligned} i_{\max}^2 - i_d^2 &= a^2\omega - 2a\omega i_d + \omega^2 i_d^2 \\ (1+\omega^2)i_d^2 - 2a\omega i_d + a^2\omega - i_{\max}^2 &= 0 \\ i_{d1/2} &= (a\omega \pm (a^2\omega^2 + (i_{\max}^2 - a^2\omega) * (1+\omega^2))^{0.5} / (1+\omega^2))^{1/2} \\ i_{d1/2} &= (a\omega \pm i_{\max}^2 * (1+\omega^2) - a^2) / (1+\omega^2) \end{aligned} \quad (4.2.5.7)$$

Die hier berechneten Schnittpunkte von E-Kreis und Z-Kreis liefern im strom-spannungs-bestimmten Drehzahlbereich das größte bzw. kleinste erzeugbare Moment. Sowohl Strom als auch Spannung besitzen hier den maximal zulässigen Wert.

#### 4.2.6 Der höchste Punkt des E-Kreises

Im spannungsbestimmten Bereich wird das maximal erzeugbare Moment vom höchsten Punkt des E-Kreises bestimmt. Der Übergang vom ström-spannungsbestimmten Bereich zum spannungsbestimmten Bereich erfolgt, wenn der höchste Punkt des E-Kreises auf dem Z-Kreis liegt. Es soll deshalb die Abhängigkeit des höchsten Punktes des E-Kreises von der Winkelgeschwindigkeit  $\omega$  untersucht werden.

Der höchste Punkt  $i_h$  des E-Kreises ist gegeben durch:

$$\begin{aligned} i_h &= j u_{\max} / (1 + \omega^2)^{0.5} - j \omega / (1 + j \omega) \\ i_h &= (-\omega^2 + j(u_{\max} * (1 + \omega^2)^{0.5} - \omega)) / (1 + \omega^2) \end{aligned} \quad (4.2.6.1)$$

Die Komponenten von  $i_h$  sind also:

$$i_{hd} = -\omega^2 / (1 + \omega^2) \quad (4.2.6.2)$$

$$i_{hq} = (u_{\max} * (1 + \omega^2)^{0.5} - \omega) / (1 + \omega^2) \quad (4.2.6.3)$$

Die Komponente  $i_{hq}$  kann nun als Funktion von  $i_{hd}$  dargestellt werden. Dazu wird (4.2.6.2) nach  $\omega^2$  aufgelöst:

$$\omega^2 = -i_{hd} / (i_{hd} + 1) \quad (4.2.6.4)$$

Nach Einsetzen in (4.2.6.3) und Umformen erhält man unter der Voraussetzung  $\omega > 0$ :

$$i_{hq} = (u_{\max} * \sqrt{-X_{hd}}) / \sqrt{i_{hd} + 1} \quad (4.2.6.5)$$

In (4.2.6.5) durchläuft  $i_{hd}$  den Bereich  $-1 \leq i_{hd} \leq 0$ .

Es folgt nun, daß  $i_{hq}$  nur im Fall  $u_{\max} < 1$  negative Werte annehmen kann.

Ferner folgt, daß  $i_{hq}$  im Fall  $u_{\max} > 1$  monoton abnimmt.

Es gilt nun:

$$i_h^2 = i_{hd}^2 + i_{hq}^2$$

Mit  $x = \sqrt{-i_{hd}}$  folgt aus (4.2.6.2) und (4.2.6.3):

$$\begin{aligned} i_h^2 &= i_{hd}^2 + (u_{\max} - x)^2 * (1 - x^2) \\ i_h^2 &= x^4 + (u_{\max}^2 - 2u_{\max} * x + x^2) * (1 - x^2) \\ i_h^2 &= u_{\max}^2 - 2u_{\max} * x + x^2 - u_{\max}^2 * x^2 + 2u_{\max} * x^3 \\ i_h^2 &= 2 * u_{\max} * x^3 - (1 - u_{\max}^2) * x^2 - 2u_{\max} * x + u_{\max}^2 \end{aligned} \quad (4.2.6.6)$$

Das Betragsquadrat von  $i_h$  ist gemäß Gleichung (4.2.6.1) gegeben durch:

$$i_h^2 = (\omega^4 + (u_{\max} * \sqrt{1 + \omega^2} - \omega)^2) / (1 + \omega^2)^2 \quad (4.2.6.7)$$

Der spannungsbestimmte Drehzahlbereich liegt nun genau dann vor, wenn  $i_h \leq i_{\max}$  ist.

Ersetzt man in (4.2.6.7)  $i_h$  durch  $i_{\max}$ , so erhält man:

$$i_{\max}^2 - u_{\max}^2 + (i_{\max}^2 - 1) * \omega^2 = -2u_{\max} * \omega / \sqrt{1 + \omega^2} \quad (4.2.6.8)$$

Mit den Abkürzungen:  $a = i_{\max}^2 - u_{\max}^2$ ,  $b = i_{\max}^2 - 1$  und  $x = \omega^2$

erhält man durch Quadrieren aus (4.2.6.8):

$$b^2x^3 + b^*(b+2a)x^2 + (a^2 + 2ab - 4u_{max}^2)x + a^2 = 0 \quad 4.2.6.9$$

Dies ist eine kubische Gleichung in  $x=\omega^2$ .

Sie hat bei sinnvoller Parameterkombination ( $i_{max}$ ,  $u_{max}$ ) genau eine reelle Lösung. Diese Lösung gibt die Winkelgeschwindigkeit an, bei der der Übergang in den spannungsbestimmten Bereich erfolgt.

#### 4.2.7 DIE DREHMOMENT-DREHZAHL-CHARAKTERISTIK

Wird keine Vorsteuerung des Stromzeigers verwendet, d.h.  $i_d = 0$ , so ist der Maximalwert von  $i_q$  bestimmt durch die Gleichung (4.2.3.2)

$$i_q = (-\omega + (u_{max}^2 * (\omega^2 + l) - \omega^4)^{0.5}) / (\omega^2 + 1)$$

und die Gleichung  $i_q = i_{max}$

Dabei ist jeweils der kleinere Wert zu verwenden. Die sich durch Gleichsetzung der beiden Gleichungen ergebenden Drehzahlwerte sind identisch bei den Drehzahlen  $\omega_g$  und  $\omega_{-g}$ . Wird momentmaximale Vorsteuerung des Stromzeigers verwendet, so ist der Maximalwert von  $i_q$  bestimmt durch die Werte:

$$i_{q1} = (a + (\omega^2 * (i_{max}^2 * (1 + \omega^2) - a^2)^{0.5}) / (1 + \omega^2)) \quad (GI 4.2.5.6)$$

$$\text{mit } a = (u_{max}^2 - i_{max}^2 - (1 - i_{max}^2) * \omega^2) / (2 \omega) \quad (GI 4.2.5.3)$$

und

$$i_{q2} = (u_{max} * (1 + \omega^2)^{0.5} - \omega) / (1 + \omega^2) \quad (GI 4.2.6.3)$$

und

$$i_{q3} = i_{max}$$

Welcher Wert zu wählen ist, wird dabei durch den Drehzahlbereich bestimmt. Die Bereichsgrenzen sind dabei durch die Gleichungen (4.2.3.4) und (4.2.6.9) gegeben.

Die **Bilder 4.4 bis 4.7** zeigen die die Maximalwerte von  $i_q$  bei momentmaximaler Vorsteuerung des Stromzeigers für verschiedene Wertekombinationen  $i_{max}$  und  $u_{max}$  in Abhängigkeit von der Winkelgeschwindigkeit  $\omega$ .

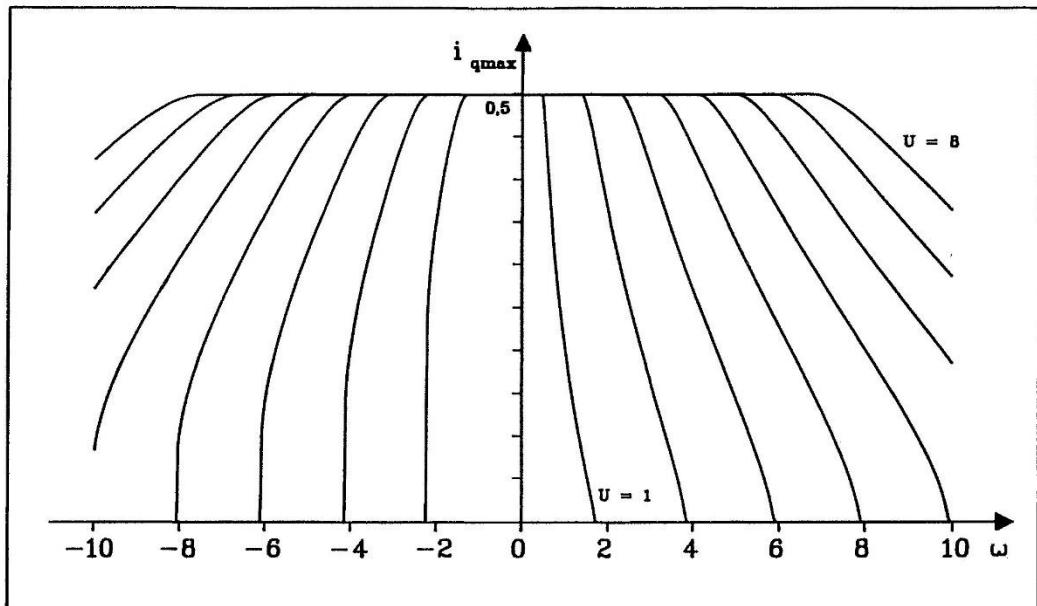


Bild 4.4  $i_{q\max}$  in Abhängigkeit von  $\omega$  bei  $i_{\max}=0,5$  mit  $u=u_{\max}$  als Parameter

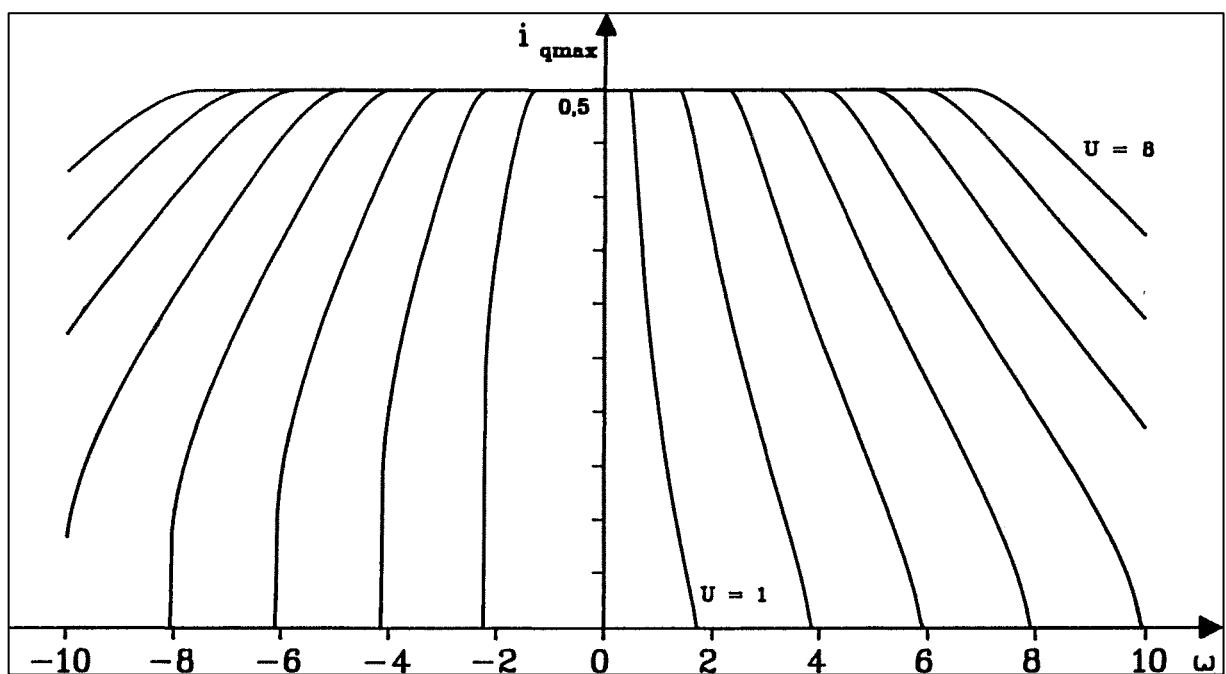


Bild 4.6  $i_{q\max}$  in Abhängigkeit von  $\omega$  bei  $i_{\max} = 0,5$  mit  $u=u_{\max}$  als Parameter

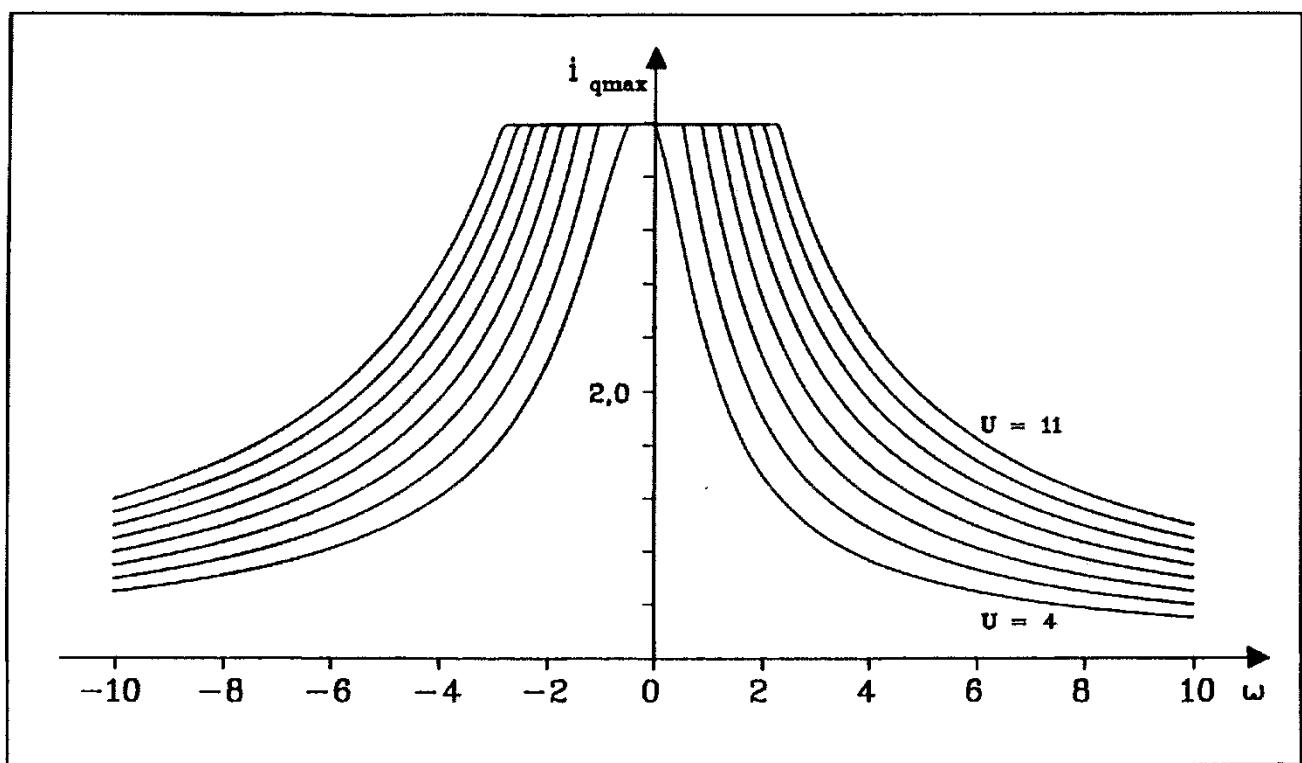


Bild 4.7  $i_{q\max}$  in Abhängigkeit von  $\omega$  bei  $i_{\max} = 4$  mit  $u=u_{\max}$  als Parameter

## **4-3 VORSTEUERUNG DES STROMZEIGERS**

### **4.3.1 DEFINITIONEN**

Ist ein Moment  $m_{el}$  vorgegeben, das bei der vorhandenen Drehzahl  $\omega$  erzeugbar ist, so ist von der zu  $m_{el}$  gehörenden Isomomentengerade nur der Teil nutzbar, der innerhalb des V-Gebiets liegt. Es handelt sich hierbei um eine Strecke, die von den Rändern des V-Gebiets begrenzt wird.

Diese Strecke soll Isomomentenstrecke genannt werden.

**Bild 4.8** zeigt die Lage zweier Isomomentenstrecken in der  $i_d-i_q$ -Ebene.

Der Momentenfaktor  $f_m$  wird nun definiert durch:

$$f_m = |i_q|/i \quad (4.3.1.1)$$

Die Verlustleistung in der Maschine ist gegeben durch:

$$P_v = 3/2 * K_{EMK}^2 * R^2 / L^2 * i^2 \quad (4.3.1.2)$$

Liegt keine Einschränkung der Wahl von  $i$  durch  $U_{max}$  vor, so kann gewählt werden:

$$i = j^* i_q \quad (4.3.1.3)$$

Die in jedem Fall unvermeidbare Verlustleistung ist also gegeben durch:

$$P_{v,min} = 3/2 * K_{EMK}^2 * R^2 / L^2 * i_q^2 \quad (4.3.1.4)$$

Der Wert

$$f_v = P_v / P_{v,min} \quad (4.3.1.5)$$

soll als Verlustfaktor bezeichnet werden.

$$\text{Es gilt nun} \quad f_v = f_m^2 \quad (4.3.1.6)$$

Ein Strompunkt  $i$  auf einer Isomomentenstrecke wird verlustoptimal genannt, wenn  $f_m$  maximal ist.

Der Winkel  $\gamma = \arg(i) - \pi/2$  wird als Steuerwinkel bezeichnet.

Es zeigt sich, daß bei verlustoptimaler Steuerung des Stromzeigers  $i$  stets gilt:  $\gamma \geq 0$ .

Ist  $\gamma > 0$ , so liegt eine Vorsteuerung des Stromzeigers vor.

Bezüglich der Lage der Isomomentenstrecke sind zwei Fälle zu unterscheiden:

1. Die Isomomentenstrecke schneidet die imaginäre Achse. Dann ist der verlustoptimale Punkt der Schnittpunkt. Das Gebiet in der  $i_q-\omega$ -Ebene, in dem dieser Fall eintritt, soll als Grundstellgebiet bezeichnet werden.
2. Die Isomomentenstrecke schneidet die imaginäre Achse nicht. Dann liegt der Strompunkt bei verlustoptimaler Steuerung auf dem E-Kreis. Das Gebiet in der  $i_q-\omega$ -Ebene, in dem dieser Fall eintritt, soll als Feldschwächergebiet bezeichnet werden.

### **4.3.2 DAS GRUNDSTELLGEBIET**

Der Momentenfaktor  $f_m$  hat hier den Wert 1, der Steuerwinkel ist Null. Gleichung (4.2.3.2)

liefert die Grenze des Grundstellgebiets:

$$\omega_{1/-1}(i_q) = (-i_q +/-(U_{max}^2 * (i_q^2+1)) - i_q^4)^{0.5} / (i_q^2+1) \quad (4.3.2.1)$$

Die Grenze des Grundstellgebiets kann auch durch Gleichung (4.2.3.2) beschrieben werden:

$$U_{max}^2 \geq (\omega * i_q)^2 + (\omega + i_q)^2 \quad (4.3.2.2)$$

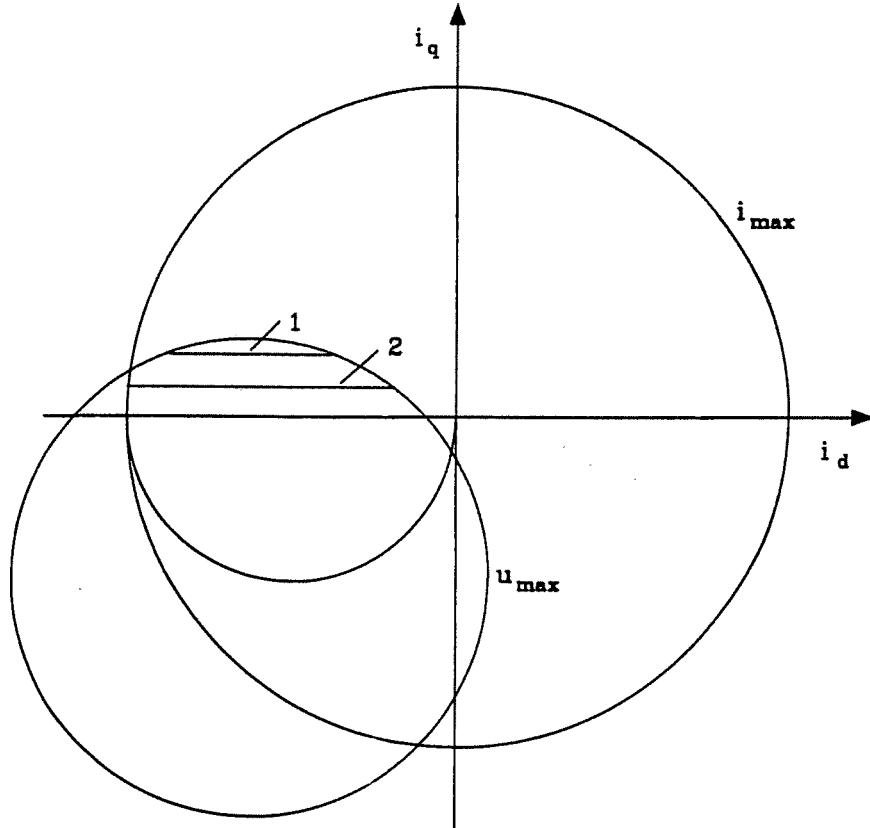


Bild 4.8 Isomomentenstrecken in der Stromebene

### 4.3.3 DAS FELDSCHWÄCHGEBIET - VERLUSTOPTIMALE STEUERUNG

Das Feldschwächgebiet soll hier eingeteilt werden in das Feldschwächgebiet 1, bei dem ein Randpunkt der Isomomentenstrecke auf dem Z-Kreis liegt, und das Feldschwächgebiet 2, bei dem dies nicht der Fall ist.

Aus Bild 4.8 ist ersichtlich, wie diese beiden Situationen bei gleichem  $\omega$  für verschiedene Werte von  $i_q$  auftreten.

Im Feldschwächgebiet gilt:

$$U_{max}^2 < (\omega * i_q)z + (\omega + i_q)z \quad (4.3.3.1)$$

Bei verlustoptimaler Steuerung liegt der Stropunkt i. auf dem E- Kreis.

Daraus folgt, daß Gleichung (4.2.2.1) hier Gültigkeit besitzt:

$$U_{max}^2 = (i_d \cdot \omega i_q)z + (\omega i_d + i_q + \omega)z$$

Diese wird nach  $i_d$  aufgelöst:

$$(1+\omega^2)*id^2 + 2\omega^2 *id + (\omega i_q)^2 + (i_q + \omega)^2 - U_{max}^2 = 0 \quad (4.3.3.2)$$

Es wird nun die Abkürzung:

$$a = (\omega i_q)^2 + (i_q + \omega)^2 - U_{max}^2 \quad (4.3.3.3)$$

eingeführt.

Aus Gleichung (4.3.3.1) folgt, daß  $a < 0$  ist. Mit der Abkürzung  $a$  erhält man:

$$(1+\omega^2)*id^2 + 2\omega^2 *id + a = 0 \quad (4.3.3.4)$$

Für  $i_d$  ergeben sich die beiden Lösungen:

$$i_d^{1/2} = (-\omega^2 \pm (\omega^4 - a*(1+\omega^2)^2)^{0.5})/(1+\omega^2)$$

Von den beiden Lösungen ist hier die betragsmäßig kleinere zu wählen, so daß gilt:

$$i_d = (-\omega^2 + (\omega^4 - a*(1+\omega^2)^2)^{0.5})/(1+\omega^2) \quad (4.3.3.5)$$

Im Feldschwächbereich ist stets  $i_d < 0$ . Daraus folgt, daß die d-Komponente des Statorfelds dem Rotorfeld entgegenwirkt, woraus der Name Feldschwächbetrieb resultiert. Zusammenfassend lässt sich hier sagen, daß ein Wachsen von  $U_{max}$  nicht nur den Drehzahlbereich erweitert, in dem ein gegebenes Moment erzeugt werden kann, sondern auch außerhalb des Grundstellgebiets die Verlustleistung in der Maschine verringert. Gleichung (4.3.3.5) liefert eine nichtlineare Steuerfunktion  $i_d = f(\omega, i_q)$  zur verlustoptimalen Steuerung des Stromzeigers. Die Berechnung von  $i_d$  nach Gleichung (4.3.3.5) erfordert einen sehr großen Rechenaufwand und ist deshalb im realen System nicht möglich. Die Implementierung der Steuerfunktion (4.3.3.5) in einem digitalen System kann nun durch Tabellierung der Funktion an endlich vielen Rasterpunkten

$$(n^*i_q, m^*\omega_0) \quad n=-N \dots N, m= -M \dots M$$

erfolgen.

Dabei stellen die Werte  $i_{q0}$  und  $\omega_0$  die Rastermaße dar. Die Bestimmung von  $i_d$  erfolgt nun dadurch, daß im Bereich  $(n-0.5)^*i_{q0} \leq i_q < (n+0.5)^*i_{q0}$ ,  $(m-0.5)^*\omega_0 \leq \omega < (m+0.5)^*\omega_0$  der entsprechende tabellierte Wert verwendet wird.

Bei der Festlegung der Rastermaße ist Höhe der Sprünge von  $i_q$  an den Bereichsgrenzen zu berücksichtigen, da das Auftreten von sehr großen Sprüngen einen negativen Einfluß auf die Regelbarkeit des Systems hat.

Eine Verbesserung lässt sich hier erzielen, indem zwischen den Rasterpunkten zweidimensional interpoliert wird. Auch bei diesem Verfahren treten noch Sprünge von  $i_d$  bei infinitesimalen Änderungen von  $i_q$  und  $\omega$  auf. Diese sind jedoch wesentlich weniger ausgeprägt als bei Verwendung des Verfahrens ohne Interpolation. Denkbar ist auch ein Verfahren, bei dem zur Verringerung des Rechenaufwands die Interpolation nur hinsichtlich einer Variablen vorgenommen wird.

Eine weitere Möglichkeit zur Realisierung einer Steuerfunktion besteht darin, die Steuerfunktion (4.3.3.5) zu vereinfachen. Bei dieser Vereinfachung muß die Steuerung möglichst so erfolgen, daß stets der gesamte Momentenbereich zur Verfügung steht. Es gibt nun zwei Vorsteuerarten, bei denen die Steuerung unabhängig vom zu erzeugenden Moment, d.h. von  $i_q$  ist.

a) Vorsteuerung mit momentenunabhängiger  $i_d$ -Komponente In diesem Falle gilt:  $i_d = i_d(\omega)$ . Ändert sich das durch die Regelung vorgegebene Sollmoment, so ändert sich bei Benutzung dieser Vorsteuerungsart sowohl der Betrag als auch der Winkel des Stromzeigers.

b) Vorsteuerung mit momentenunabhängigem Vorsteuerwinkel

In diesem Falle gilt:  $\varphi = \varphi(\omega)$ .

Bei Änderung des Sollmoments ändert sich hier nur der Betrag des Stromzeigers.

Der geometrische Ort ist in beiden Fällen eine Gerade. Diese Gerade soll hier als Steuergerade bezeichnet werden.

Will man stets über das maximale Moment verfügen, so wird man die Steuergerade so legen, daß der Strompunkt  $i_o$ , bei dem das maximal erzeugbare Moment erzeugt wird, auf der Steuergeraden liegt.

Hier ist in diesem Zusammenhang zu untersuchen, inwieweit bei Verwendung der Vorsteuerarten auch kleine Momente bei großen Winkelgeschwindigkeiten erzeugbar sind.

Zu diesem Zweck wird die Steuerstrecke definiert als der Teil der Steuergeraden, der innerhalb des verfügbaren Stromzeiger-Gebiets liegt.

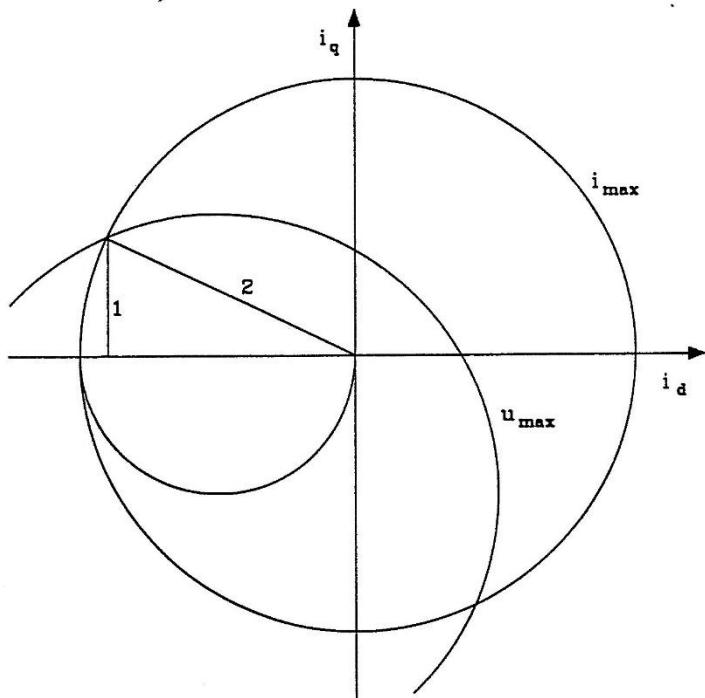
Das Moment 0 ist nun offenbar genau dann erzeugbar, wenn die Steuerstrecke die  $i_d$ -Achse schneidet.

Bei Versteuerung mit momentenunabhängiger  $i_d$ -Komponente existiert der Schnittpunkt der Steuerstrecke mit der  $i_d$ -Achse stets.

Bei Versteuerung mit momentenunabhängigem Vorsteuerwinkel ist dies nur für Winkelgeschwindigkeiten  $\omega \leq \omega_{Inat}$  der Fall.

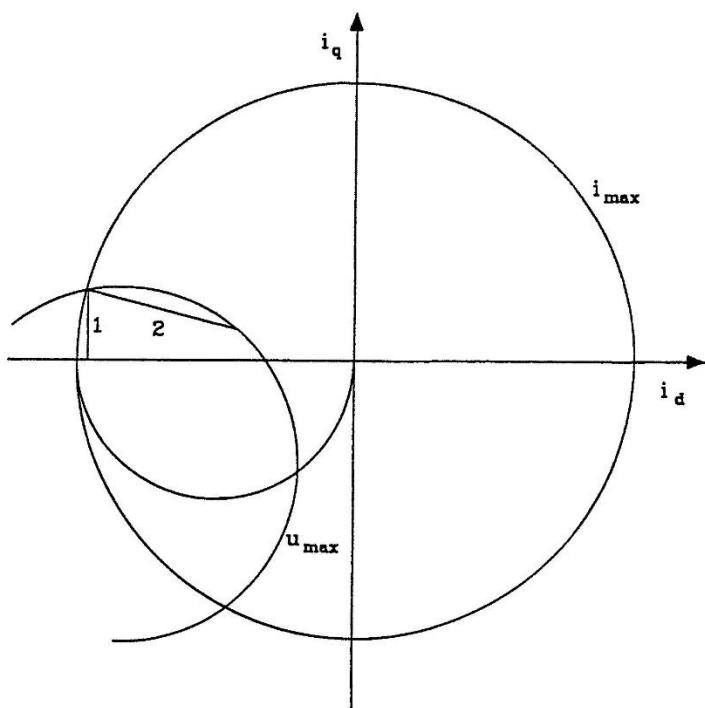
**Bild 4.9** zeigt die Steuerstrecken bei beiden beschriebenen Vorsteuerarten bei  $\omega < \omega_{Inat}$ .

**Bild 4.10** zeigt die Steuerstrecken bei den beschriebenen Vorsteuerarten bei  $\omega > \omega_{Inat}$



**Bild 4.9 Steuerstrecken bei  $\omega < \omega_{\text{nat}}$**

- 1 Vorsteuerung mit momentenunabhängigem  $i_q$
- 2 Vorsteuerung mit momentenunabhängigem Winkel



**Bild 4.10 Steuerstrecken bei  $\omega > \omega_{\text{tnat}}$**

- 1 Vorsteuerung mit momentenunabhängigem  $i_q$
- 2 Vorsteuerung mit momentenunabhängigem Winkel

Eine Möglichkeit zur momentenunabhängigen Bestimmung von  $i_d$  im Feldschwächbereich besteht darin, die Gleichung (4.3.3.5) zu vereinfachen zu:

$$i_d = -\omega^2/(1+\omega^2) \quad (4.3.3.6)$$

Bei dieser Steuerungsart hat  $i_d$  den Wert der d-Komponente des Mittelpunktes des E-Kreises. Da bei dieser Art der Vorsteuerung der Betrag des Spannungszeigers den unter den gegebenen Umständen kleinstmöglichen Wert besitzt, kann hier auch von **spannungsmindernder Vorsteuerung** gesprochen werden.

Da man die Vorsteuerung gemäß (4.3.3.6) nur im Feldschwächgebiet anwenden wird, besteht hier der Nachteil, daß bei Erreichen der Drehzahlen  $\omega_g$  und  $\omega_{-g}$  ein Spung von  $i_d$  erfolgt.

Eine andere Vereinfachungsmöglichkeit ist von B. ORLIK /9/ angegeben worden.

Orlik macht den einfachen Ansatz:

$$\begin{aligned} i_d &= \omega_g / \omega - 1 \text{ bei } \omega > \omega_g \text{ und} \\ i_d &= \omega_{-g} / \omega - 1 \text{ bei } \omega < \omega_{-g} \end{aligned} \quad (4.3.3.7)$$

Diese Art der Steuerung des Stromzeigers soll hier als **Vorsteuerung nach Orlik** bezeichnet werden. Die Begründung für diesen Ansatz ergibt sich aus der Betrachtung der Spannungsgleichung.

Die Spannungsgleichung für den stationären Fall lautet in Komponentendarstellung :

$$\begin{aligned} U_d &= i_d - \omega^* i_q \\ U_q &= i_q + \omega^* i_d + \omega \end{aligned}$$

Es wird nun der Term  $x(\omega) = \omega^* i_d + \omega$  betrachtet. Dieser wird im Feldschwächbereich konstant auf dem Wert gehalten, den er bei verlustoptimaler Steuerung beim Eintritt in den Feldschwächbereich hatte.

Dies liefert für  $\omega > \omega_g$  die Identität  $x(\omega) = x(\omega_g) = \omega_g$

Unter Verwendung dieses Wertes erhält man:

$$\omega^* i_d + \omega = \omega_g$$

Durch Auflösung nach  $i_d$  folgt:

$$i_d = \omega_g / \omega - 1$$

Die **Bilder 4.11 und 4.12** zeigen die Lage des Strompunkts bei den hier beschriebenen Vorsteuerungsarten in unterschiedlichen Drehzahlbereichen. Die Art der Vorsteuerung beeinflußt den Verlauf der Drehmoment- Drehzahl-Charakteristik.

Die **Bilder 4.13 bis 4.16** zeigen den Maximalwert von  $i_q$  in Abhängigkeit von  $\omega$  bei verschiedenen Vorsteuerungsarten.

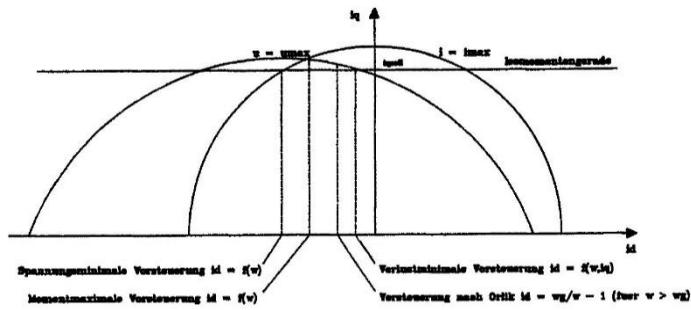


Bild 4.11 Lage des Strompunkts bei verschiedenen Vorsteuerarten

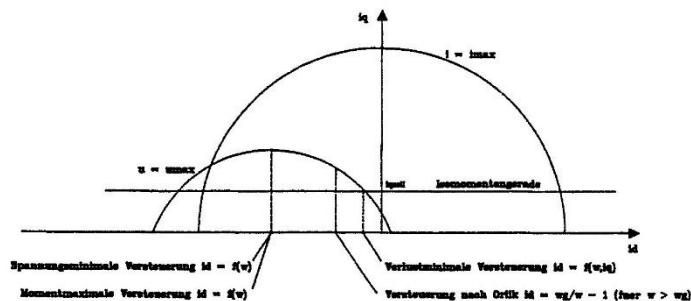


Bild 4.12 Lage des Strompunkts bei verschiedenen Vorsteuerarten

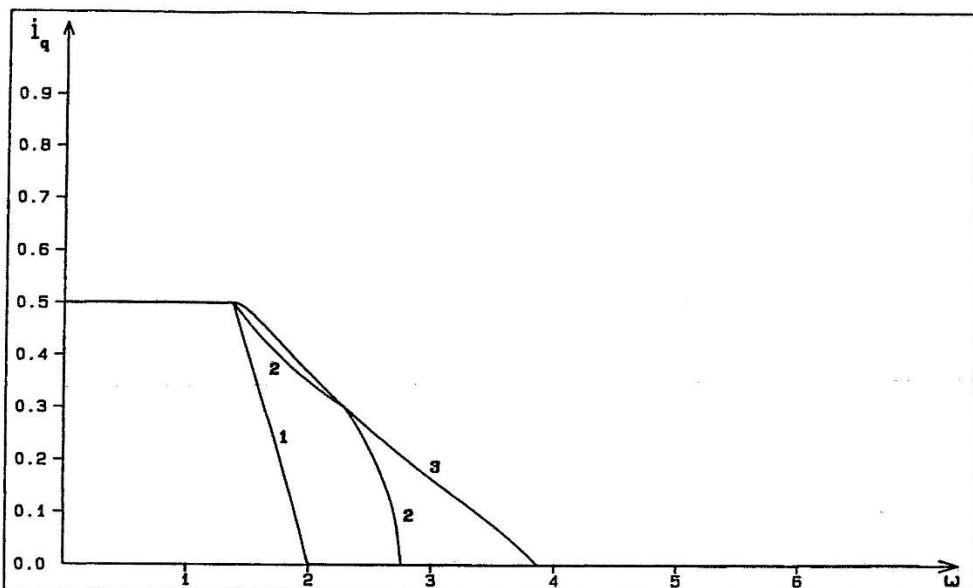


Bild 4.13  $i_{q\max}$  in Abhängigkeit von  $\omega$  bei verschiedenen Vorsteuerarten ( $U_{max}=2, I_{max} = 0,5$ )  
 1 ohne Vorsteuerung, 2 Vorsteuerung nach Orlik, 3 momentmaximale Vorsteuerung

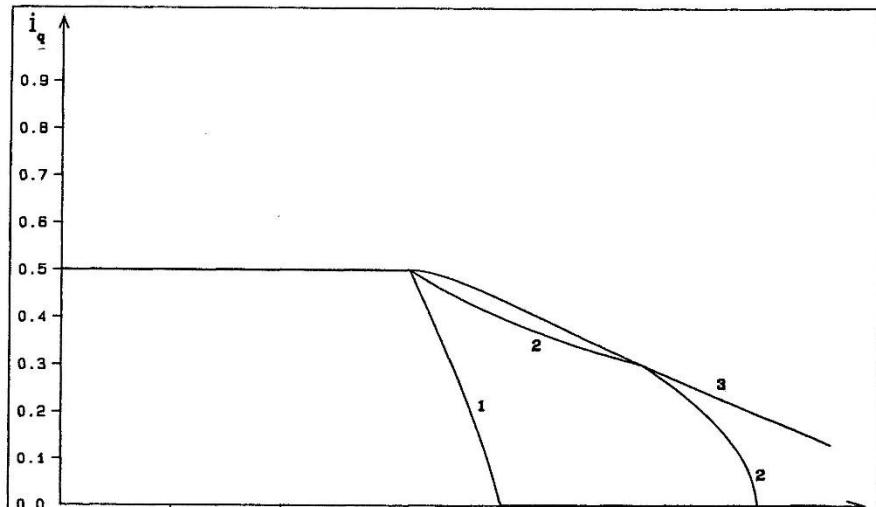


Bild 4.14  $i_{q\max}$  in Abhängigkeit von  $\omega$  bei verschiedenen Vorsteuerarten ( $U_{\max}=4, I_{\max}=0,5$ )  
1 ohne Vorsteuerung, 2 Vorsteuerung nach Orlit, 3 momentmaximale Vorsteuerung

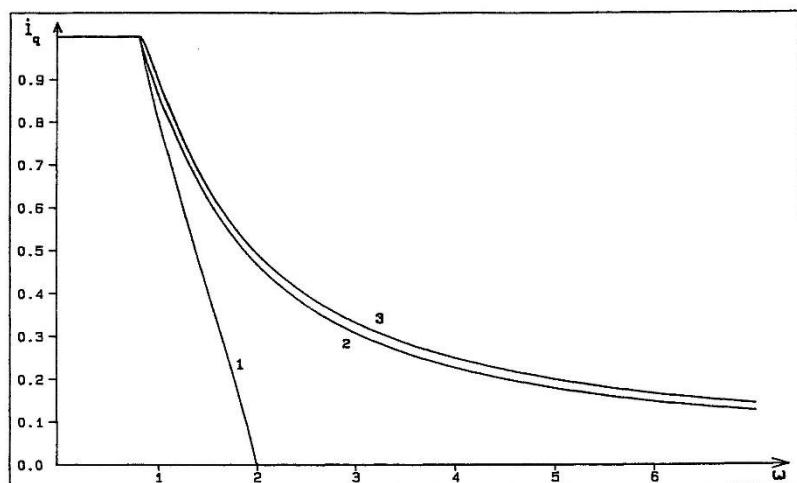


Bild 4.15  $i_{q\max}$  in Abhängigkeit von  $\omega$  bei verschiedenen Vorsteuerarten ( $U_{\max}=2, I_{\max}=1$ )  
1 ohne Vorsteuerung, 2 Vorsteuerung nach Orlit, 3 momentmaximale Vorsteuerung

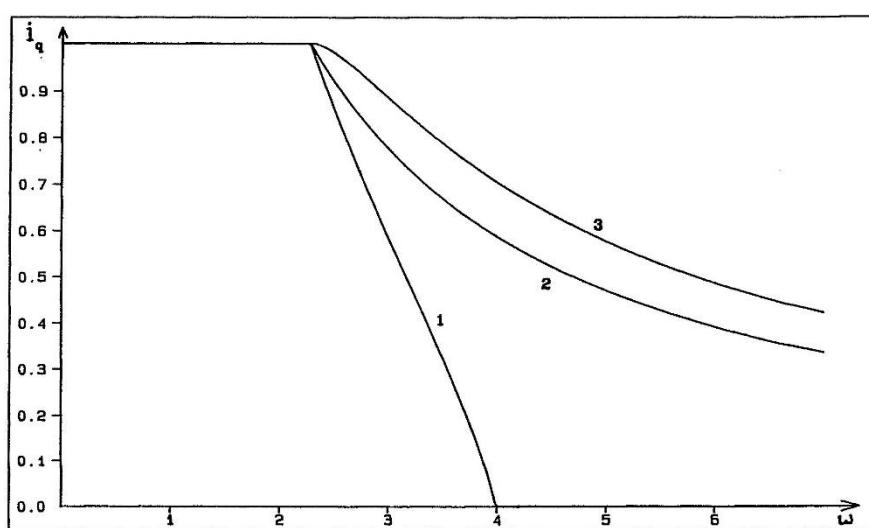


Bild 4.16  $i_{q\max}$  in Abhängigkeit von  $\omega$  bei verschiedenen Vorsteuerarten ( $U_{\max} = 4, I_{\max} = 1$ )  
1 ohne Vorsteuerung, 2 Vorsteuerung nach Orlit, 3 momentmaximale Vorsteuerung

## 5. Dynamisches Verhalten der Synchronmaschine

### 5.1 Beschreibung des dyn. Verhaltens im statorfesten System

Bei allen Betrachtungen dieses Kapitels wird eine konstante Winkelgeschwindigkeit  $\omega$  vorausgesetzt. Diese Voraussetzung ist erforderlich, da das Differentialgleichungssystem, das das Verhalten des Systems beschreibt, allgemein nicht lösbar ist.

Die Annahme konstanter Winkelgeschwindigkeit ist zulässig, wenn kleine Zeitabschnitte betrachtet werden und das Gesamtträgheitsmoment von Rotor und Last so groß ist, daß die mechanische Zeitkonstante erheblich größer als die elektrische Zeitkonstante ist.

Die Größen in diesem Abschnitt sind bezogen auf ein statorfestes Koordinatensystem.

Wir gehen von der Spannungsgleichung (2.4.2) aus.

Die Lösung dieser Differentialgleichung ist bei konstanter Winkelgeschwindigkeit  $\omega$  gegeben durch:

$$i(t) = i(0)e^{-t} + j\omega / (1+j\omega) * (e^{-t} - e^{j\omega t}) * e^{j\varphi} + e^{-t} \int_0^t e^{\tau} \underline{u}(\tau) d\tau \quad (5.1.1)$$

Die Summanden der rechten Seite dieser Gleichung stellen in der Reihenfolge ihres Auftretens den Einfluß des Anfangstroms  $i(0)$ , den Einfluß der Rotordrehung und den Einfluß des Spannungszeigers  $\underline{u}(t)$  auf den Stromzeiger  $i(t)$  dar.

Im Folgenden soll durch Einführung neuer Größen versucht werden, eine übersichtlichere Form der Gleichung (5.1.1) zu erhalten.

Es erweist sich nun als günstig, anstelle des realen Stromzeigers  $i(t)$  einen Ersatzstromzeiger  $\underline{i}(t)$  zu betrachten. Dieser wird so bestimmt, daß der Einfluß der Rotordrehung verschwindet.

Der Stromzeiger  $\underline{i}_p(t) = -j\omega / (1+j\omega) * e^{j(\varphi + \omega t)}$  wird im Folgenden als Polradstromzeiger bezeichnet. Der Polradstromzeiger ist somit bei Betrieb der Maschine mit kurzgeschlossenen Klemmen und Vorliegen des stationären Zustands mit dem Stromzeiger  $\underline{i}(t)$  identisch. Der Ersatzstromzeiger

$$\underline{i}_r(t) = \underline{i}(t) - \underline{i}_p(t) \quad (5.1.3)$$

wird im folgenden als reduzierter Stromzeiger bezeichnet.

Mit Gleichung (5.1.1) erhält man dann:

$$\underline{i}_r(t) = \underline{i}_r(0) * e^{-t} + e^{-t} \int_0^t e^{\tau} \underline{u}(\tau) d\tau \quad (5.1.4)$$

Ist der Spannungszeiger  $\underline{u}$  im Intervall  $[0,t]$  konstant, so vereinfacht sich Gleichung (5.1.4) zu:

$$\underline{i}_r(t) = \underline{i}_r(0) * e^{-t} + u * (1 - e^{-t}) \quad (5.1.5)$$

Der resultierende Spannungsvektor  $\underline{u}_r$  im Intervall  $[0,t]$  wird nun definiert durch die Gleichung:

$$\underline{u}_r(1 - e^{-t}) = e^{-t} * \int_0^t e^{\tau} * \underline{u}(\tau) d\tau \quad (5.1.6)$$

## 5.2 Beschreibung des dynamischen Verhaltens im rotorfesten System

Die Beschreibung erfolgt wieder unter der Annahme konstanter Winkelgeschwindigkeit. Die Größen im rotorfesten System sind hier durch den hochgestellten Index r gekennzeichnet.

Der Übergang zu Größen im rotorfesten System erfolgt durch die Transformation:

$$i(t) = i^r(t) * e^{\varphi+j\omega t}$$

Durch Anwendung dieser Transformation auf die Gleichungen vorigen Abschnitts erhält man die Gleichungen im rotorfesten System:

$$i_p^r(t) = -j\omega/(1+j\omega) \quad (5.2.1)$$

$$i_r^r(t) = i_r^r(0) * e^{-(t+j\omega t)} + e^{-(t+j\omega t)} * \int_0^t e^{T+j\omega T} * u^r(T) dT \quad (5.2.2)$$

Es gilt hier wieder:

$$i^r(t) = i_r^r(t) + i_p^r(t) \quad (5.2.3)$$

Das erzeugte Moment m ist gegeben durch:

$$m_{el} = 3/2 * z_p * k_{mom} * \text{Im}(i^r)$$

Es kann zerlegt werden in die Momente:

$$m_p = 3/2 * z_p * k_{mom} * \text{Im}(i_p^r) \quad (5.2.4)$$

$$m_r = 3/2 * z_p * k_{mom} * \text{Im}(i_r^r)$$

Das Moment  $m_p$  ist dabei ein Bremsmoment, dessen Größe nur von der Drehzahl  $\omega$  abhängt. Bei der Drehzahl  $\omega=1$  erreicht  $m_p$  den betragsmäßig größten Wert.

Der resultierende Spannungsvektor  $u^r_R$  wird wieder so definiert, daß bei konstantem  $u^r(t) = u^r$  gilt:  $u^r = u^r_R$ . Ausgehend von

$$\underline{u}^r_R * (e^{t+j\omega t} - 1)/(1+j\omega) = \int_0^t e^{T+j\omega T} * u^r(T) dT \quad (5.2.5)$$

erhält man:

$$\underline{u}^r_R = (1+j\omega)/(e^{t+j\omega t} - 1) \int_0^t e^{T+j\omega T} * u^r(T) dT \quad (5.2.6)$$

Mit  $u^r_R$  erhält (5.2.2) die folgende Form:

$$i_r^r(t) = i_r^r(0) * e^{-(t+j\omega t)} + e^{-(t+j\omega t)} * u^r_R * (e^{(t+j\omega t)} - 1)/(1+j\omega) \quad (5.2.7)$$

Der **Strommittelwertzeiger**  $I_r^r$  ist gegeben durch:

$$I_r^r = t^{-1} * (u^r_R/(1+j\omega) - i_r^r(0)) * e^{-(t+j\omega t)} / (1+j\omega) + u^r_R/(1+j\omega) \quad (5.2.8)$$

## 5.3 Dynamisches Verhalten bei statorfestem Spannungszeiger

Im statorfesten System gilt bei konstantem Spannungszeiger:

$$\begin{aligned} i_r(t) &= i_r(0) * e^{-t} + e^{-t} \underline{u} * \int_0^t e^T dT \\ i_r(t) &= i_r(0) * e^{-t} + e^{-t} * \underline{u} * (e^t - 1) \\ i_r(t) &= i_r(0) * e^{-t} + \underline{u} * (1 - e^{-t}) \end{aligned} \quad (5.3.1)$$

Der Strompunkt  $i_r(t)$  bewegt sich also auf der durch die Strompunkte  $i_r(0)$  und  $\underline{u}$  bestimmten Strecke. Dabei bewegt er sich ausgehend von  $i_r(0)$  auf  $\underline{u}$  zu.

Die zeitliche Ableitung von  $i_r(t)$  ist in diesem Falle gegeben durch:

$$di_r(t)/dt = (\underline{u} - i_r(0)) * e^{-t} \quad (5.3.2)$$

Die Geschwindigkeit der Bewegung des Strompunkts ist also zur Zeit  $t=0$  am größten und nimmt exponentiell ab.

Zur Zeit  $t=0$  ist die Geschwindigkeit  $|\underline{u} - i_r(0)|$ . Sie wird also bestimmt durch den Abstand des Punkts  $\underline{u}$  vom Punkt  $i_r(0)$ .

Durch Übertragung ins rotorfeste Koordinatensystem erhält man:

$$u^r(t) = \underline{u} * e^{-j(\varphi + \omega t)} = u^r(0) * e^{-j\omega t} \quad (5.3.3)$$

Daraus folgt nun:

$$\begin{aligned} i_r^r(t) &= i_r^r(0) * e^{-j(\varphi + \omega t)} + e^{-j(\varphi + \omega t)} * u^r(0) * \int_0^t e^{T+j\omega T} dT \\ i_r^r(t) &= i_r^r(0) * e^{-j(\varphi + \omega t)} + e^{-j(\varphi + \omega t)} * u^r(0) * (e^t - 1) \end{aligned} \quad (5.3.4)$$

## 5.4 Dynamisches Verhalten bei rotorfestem Spannungszeiger

Im Folgenden wird von einem Spannungszeiger ausgegangen, der synchron mit dem Rotor umläuft. Dann gilt:  $u^r(t) = u^r$ . Aus (5.2.7) folgt dann:

$$\begin{aligned} i_r^r(t) &= i_r^r(0) * e^{-(t+j\omega t)} + e^{-(t+j\omega t)} u^r \int_0^t e^{T+j\omega T} dT \\ i_r^r(t) &= i_r^r(0) * e^{-(t+j\omega t)} + e^{-(t+j\omega t)} u^r (e^{t+j\omega t} - 1) / (1+j\omega) \\ i_r^r(t) &= i_r^r(0) + (u^r / (1+j\omega) - i_r^r(0)) * (1 - e^{-(t+j\omega t)}) \end{aligned} \quad (5.4.1)$$

Für  $t \rightarrow 00$  folgt:

$$i_r^r(t) \rightarrow u^r / (1+j\omega) \quad (5.4.2)$$

Ist  $i_r^r(0) = u^r / (1+j\omega)$ , so liegt bereits der stationäre Zustand vor.

Ist  $i_r^r(0) \neq u^r / (1+j\omega)$ , so bewegt sich der Strompunkt  $i_r^r(t)$  ausgehend von  $i_r^r(0)$  auf einer Spirale, die gegen den Punkt  $u^r / (1+j\omega)$  konvergiert.

Durch Subtraktion des Endwerts  $u^r / (1+j\omega)$  von Gleichung (5.4.1) erhält man:

$$i_r^r(t) - u^r / (1+j\omega) = i_r^r(0) - u^r / (1+j\omega) e^{-(t+j\omega t)} \quad (5.4.3)$$

Aus dieser Form der Darstellung wird deutlich, daß bei der Spirale die Winkelgeschwindigkeit des Umlaufs  $-\omega$  und die relative Amplitudenabnahme pro Umlauf

$1 - e^{-2\pi/\omega}$  ist

Bei Vergrößerung von  $\omega$  nimmt also die relative Amplitudenabnahme pro Umlauf ab.

Der Betrag der Abweichung vom Endwert ist jedoch unabhängig von  $\omega$  gegeben durch:

$$|i_r^r(t) - u^r / (1+j\omega)| = |i_r^r(0) - (u^r / (1+j\omega))| * e^{-t} \quad (5.4.4)$$

Bild 5.1 zeigt die durch Gleichung (5.4.1) beschriebene Übergangsfunktion des komplexen

VZ1-Gliedes.

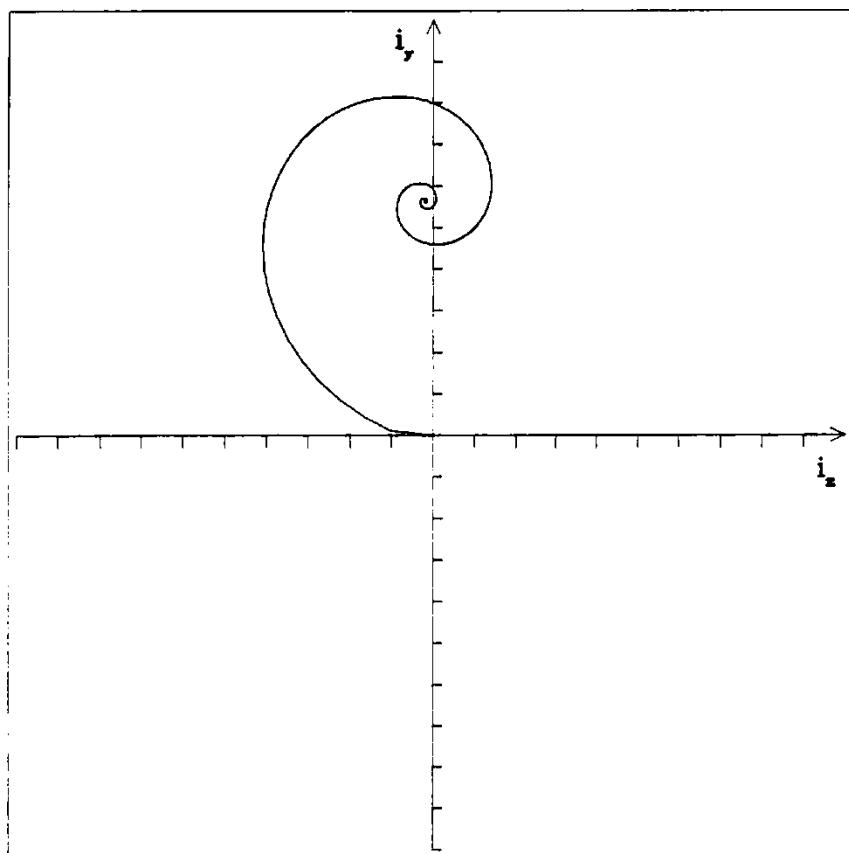


Bild 5.1 Übergangsfunktion des komplexen VZI-Gliedes

## 5.5 ÜBERGANGSVERHALTEN

Das Übergangsverhalten wird im rotorfesten System betrachtet. Unter Übergangsverhalten soll hier das Verhalten während des Übergangs von einem Stromzeiger  $i_r^1$  zu einem Zeiger  $i_r^2$  verstanden werden. Solche Übergänge sind z.B. notwendig, wenn das Moment  $m_r$  von einem Wert  $m_{r1}$  ausgehend den Wert  $m_{r2}$  annehmen soll. Ziel der Betrachtungen ist es, Spannungsverläufe  $u^r(t)$  zu finden, bei denen der Übergang in möglichst kurzer Zeit erfolgt.

1. Eine Möglichkeit, den Übergang zu erzielen, ist es, die Spannung  $u^r(t) = u^r_2 = i_r^2/(1+j\omega)$  zu wählen. Der Stromverlauf ist dann durch Gleichung (5.4.1) gegeben. Nachteilig ist hier die Tatsache, daß der Vektor  $i_r^2$  erst nach unendlich langer Zeit erreicht wird und daß das Moment  $m_r$  während des Übergangs starke Schwankungen aufweist.
2. Eine Verbesserung kann hier erzielt werden, indem der Spannungsvektor  $u^r(t) = u^r$  so gewählt wird, daß  $i_r^2$  auf dem Weg des Stropunkt  $i_r^r(t)$  liegt. Sobald dann  $i_r^r(t)$  den Wert  $i_r^2$  erreicht hat, wird der zu  $i_r^2$  gehörige Spannungsvektor  $u^r_2 = i_r^2/(1+j\omega)$  geschaltet, wodurch der stationäre Zustand erreicht ist.

Mit (5.2.7) erhält man:

$$\begin{aligned} i_r^2 &= i_r^1 * e^{-(t+j\omega t)} + \underline{u}^r / (1+j\omega) * (1 - e^{-(t+j\omega t)}) \\ \underline{u}^r / (1 + j\omega) &= (i_r^2 - i_r^1 * e^{-(t+j\omega t)}) / (1 - e^{-(t+j\omega t)}) \\ \underline{u}^r / (1 + j\omega) &= i_r^1 + (i_r^2 - i_r^1) / (1 - e^{-(t+j\omega t)}) \end{aligned} \quad (5.5.1)$$

Die Zeitdauer  $t$  des Übergangs bestimmt maßgeblich den Betrag des Spannungszeiger  $\underline{u}^r$ . Bei  $t \rightarrow 0$  strebt  $|\underline{u}^r| \rightarrow \infty$ . Die Zeitdauer  $t$  kann nun so gewählt werden, daß  $\underline{u}^r = U_{max}$  ist, und damit den größten realisierbaren Betrag hat.

Aus (5.5.1) folgt mit  $u^r = U_{max}e^{j\phi}$ :

$$\dots \quad (5.5.2)$$

Diese Gleichung ist eine Bestimmungsgleichung für  $t$  und  $\phi$ .

3. Eine dritte Möglichkeit besteht darin, während des Übergangs einen im statorfesten System konstanten Spannungsvektor  $u$  zu wählen.

Aus (5.3.4) erhält man:

$$\begin{aligned} i_r^2 &= i_r^1 * e^{-(t+j\omega t)} + e^{-(t+j\omega t)} * \underline{u}^r(0) * (e^t - 1) \\ \underline{u}^r(0) &= (i_r^2 * e^{(t+j\omega t)} - i_r^1) / (e^t - 1) \end{aligned} \quad (5.5.3)$$

Hierbei ist  $t$  wieder die Zeitdauer des Übergangs.

Setzt man  $\underline{u}^r(0) = U_{max}e^{j\phi}$ , so erhält man:

$$\dots \quad (5.5.4)$$

Dies liefert eine Bestimmungsgleichung für  $t$  und  $\phi$ .

## 6. Speisung der Synchronmaschine durch einen Gleichspannungszwischenkreis

### 6.1 Schaltung

**Bild 6.1** zeigt das Ersatzschaltbild von Pulswechselrichter und Synchronmotor. Die permanentmagnetisch erregte Synchronmaschine wird im vorliegenden Fall über drei steuerbare Halbbrücken aus einem Gleichspannungskreis gespeist. Da die Gleichspannung ihrerseits durch Gleichrichtung und Glättung aus einem Dreiphasennetz gewonnen wird, wird der Gleichspannungskreis als Gleichspannungzwischenkreis bezeichnet. Die drei Halbbrücken arbeiten als dreiphasiger Pulswechselrichter.

Als Schaltelemente werden MOS-FET's mit integrierter Freilaufdiode verwendet. Diese Bauelemente zeichnen sich durch kurze Schaltzeiten und hohe Belastbarkeit aus. Gegenüber älteren Schaltungen, bei denen Thyristoren oder GTO's verwendet werden, ergibt sich durch die Verfügbarkeit von MOS-FET's entsprechender Leistung und Spannungsfestigkeit eine Vereinfachung des Schaltungsaufbaus und eine Verbesserung des Schaltverhaltens. Auch im Vergleich zu bipolaren Transistoren zeichnen sich die verwendeten MOS-FET's durch günstigere Eigenschaften aus.

Im folgenden werden die verwendeten Schaltelemente vereinfachend als ideale Schalter betrachtet.

Ferner werden mögliche Schwankungen der Zwischenkreisspannung infolge ungenügender Pufferung bei großer Strombelastung nicht berücksichtigt. Auch Probleme, die bei der Energieaufnahme durch den Zwischenkreis bei Bremsvorgängen entstehen, werden vernachlässigt. Die Zwischenkreisspannung wird also als konstant angenommen. Eine Beschreibung der Schaltzustände und Spannungszeiger befindet sich in /3 ORLIK/.

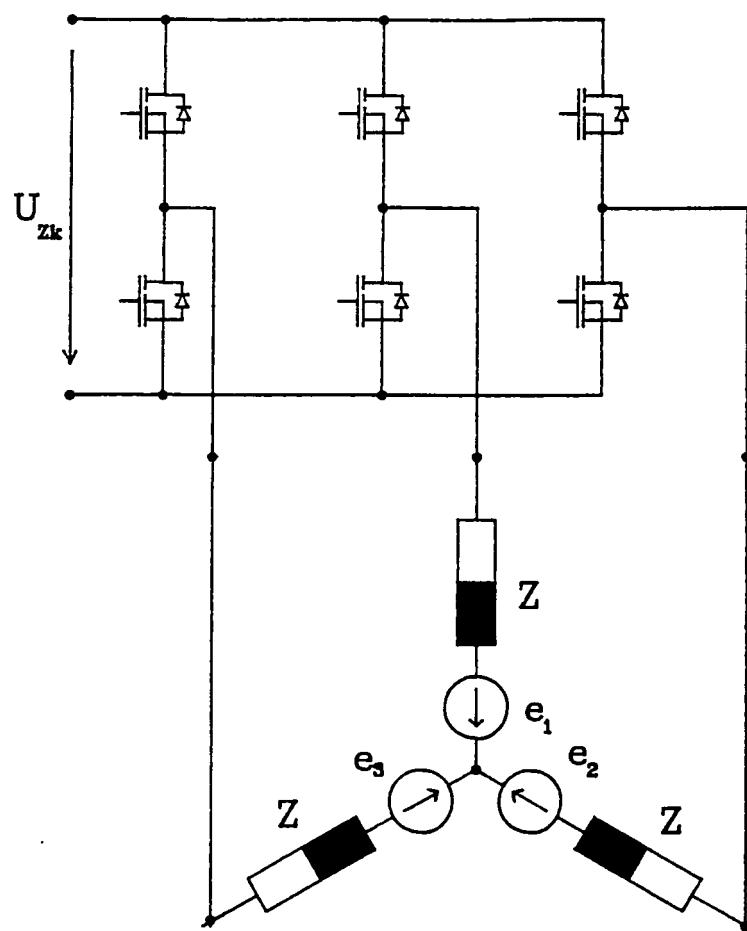


Bild 6.1 Schaltbild des Synchronmotors mit Gleichspannungszwischenkreis

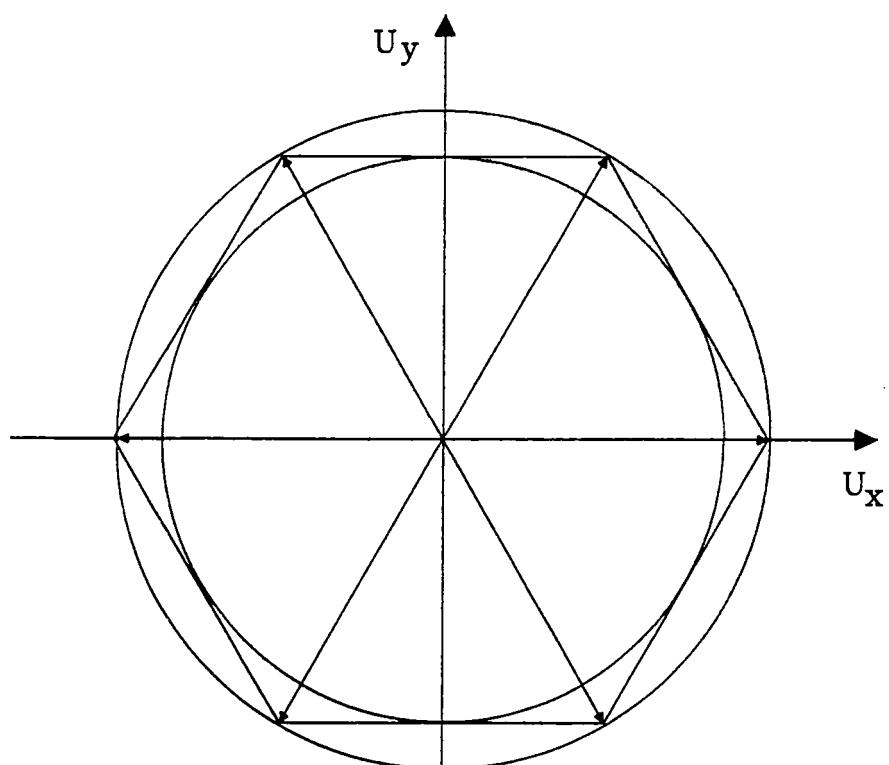


Bild 6.2 Spannungszeigersechseck mit Innkreis und Umkreis

## 6.2 SCHALTZUSTÄNDE UND SPANNUNGSZEIGER

Bei drei Halbbrücken mit jeweils zwei Schaltzuständen gibt es 8 Schaltzustände. Zwei dieser acht Schaltzustände bewirken Kurzschluß der Stränge, so daß bezüglich der Wirkung auf den Motor 7 verschiedene Schaltzustände vorhanden sind.

Das Potential  $V_0$  des Maschinensternpunkts ergibt sich zu jedem Zeitpunkt als arithmetischer Mittelwert der Klemmenpotentiale  $V_1$ ,  $V_2$  und  $V_3$ .

Somit können aus gegebenen Klemmenpotentialen die Strangspannungen  $U_1$ ,  $U_2$  und  $U_3$  bestimmt werden.

Tabelle 6.1 zeigt die bei den acht möglichen Schaltzuständen auftretenden Potentiale und Strangspannungen.

Zust.	$V_1$	$V_2$	$V_3$	$V_0$	$U_1$	$U_2$	$U_3$
0	0	0	0	0	0	0	0
1	$U_{zk}$	0	0	$1/3 U_{zk}$	$2/3 U_{zk}$	$-1/3 U_{zk}$	$-1/3 U_{zk}$
2	$U_{zk}$	$U_{zk}$	0	$2/3 U_{zk}$	$1/3 U_{zk}$	$1/3 U_{zk}$	$-2/3 U_{zk}$
3	0	$U_{zk}$	0	$1/3 U_{zk}$	$-1/3 U_{zk}$	$2/3 U_{zk}$	$-1/3 U_{zk}$
4	0	$U_{zk}$	$U_{zk}$	$2/3 U_{zk}$	$-2/3 U_{zk}$	$1/3 U_{zk}$	$1/3 U_{zk}$
5	0	0	$U_{zk}$	$1/3 U_{zk}$	$-1/3 U_{zk}$	$-1/3 U_{zk}$	$2/3 U_{zk}$
6	$U_{zk}$	0	$U_{zk}$	$2/3 U_{zk}$	$1/3 U_{zk}$	$-2/3 U_{zk}$	$1/3 U_{zk}$
7	$U_{zk}$	$U_{zk}$	$U_{zk}$	$U_{zk}$	0	0	0

Tabelle 6.1: Potentiale und Strangspannungen bei den möglichen 8 Schaltzuständen

Aus den Strangspannungen können gemäß Gleichung (1.1.3.5) die komplexen Spannungszeiger gebildet werden.

Die den Schaltzuständen 1 bis 6 zugeordneten Spannungszeiger haben einen einheitlichen Betrag. Dieser hat - wie hier am Beispiel des dem Schaltzustand 1 zugeordneten Spannungszeigers gezeigt wird - den Betrag:

$$|U| = 2/3 * |U_1 + a*U_2 + a^2 *U_3|,$$

wobei  $a = \exp(j*2\omega/3) = -1/2 + j*/\sqrt{2}$  ist.

Es folgt nun:

$$\begin{aligned} |U| &= 2/3 * 2/3 * U_{zk} - 1/3 * U_{zk} * (a + a^2) \\ |U| &= 2/9 * U_{zk} * |2 - (a + a^2)| \\ |U| &= 2/9 * U_{zk} * 3 = 2/3 U_{zk} \end{aligned} \tag{6.2.1}$$

Tabelle 6.2 zeigt Betrag, Winkel und Komponenten der den Schaltzuständen zugeordneten Spannungszeiger im statorfesten System.

Zust. n	$ U_n $	$\arg(U_n)$	$U_x$	$U_y$
0	0	-	0	0
1	$2/3 U_{zk}$	$0^\circ$	$2/3 U_{zk}$	0
2	$2/3 U_{zk}$	$60^\circ$	$1/3 U_{zk}$	$1/\sqrt{3} U_{zk}$
3	$2/3 U_{zk}$	$120^\circ$	$-1/3 U_{zk}$	$1/\sqrt{3} U_{zk}$
4	$2/3 U_{zk}$	$180^\circ$	$-2/3 U_{zk}$	0
5	$2/3 U_{zk}$	$240^\circ$	$-1/3 U_{zk}$	$-1/\sqrt{3} U_{zk}$
6	$2/3 U_{zk}$	$300^\circ$	$1/3 U_{zk}$	$-1/\sqrt{3} U_{zk}$
7	0	-	0	0

*Tabelle 6.2: Betrag, Winkel und Spannungszeiger bei den möglichen Schaltzuständen*

Aus Tabelle 6.2 ist ersichtlich, daß die Spannungszeiger  $U_i$  bis  $U_e$  ein regelmäßiges Sechseck aufspannen. **Bild 6.2** zeigt dieses Spannungszeigersechseck mit eingezeichnetem Inkreis und Umkreis.

Es wird nun ein Zeitabschnitt  $T$  betrachtet. Innerhalb dieses Zeitabschnitts wird eine Folge  $U_n$  von Spannungszeigern geschaltet, die jeweils während der Zeitspanne  $t_n$  anliegen.

Der resultierende Spannungszeiger  $U_r$  wird nun definiert durch:

$$U_r = 1/T * \sum T_n * U_n \quad (6.2.2)$$

Der so definierte resultierende Spannungszeiger kann die Spannungszeigerfolge bezüglich der Wirkung auf den Stromzeiger ersetzen, wenn der betrachtete Zeitabschnitt genügend klein ist. Werden nun die Spannungszeiger  $U_n$  aus den verfügbaren Spannungszeigern  $U_0$  bis  $U_6$  ausgewählt, so folgt, daß der gemäß (6.2.1) gebildete resultierende Spannungszeiger stets innerhalb des Spannungszeigersechsecks liegt.

Im stationären Zustand ist ein resultierender Spannungszeiger erforderlich, der einen konstanten Betrag hat und mit konstanter Winkelgeschwindigkeit umläuft.

Hieraus folgt, daß im stationären Zustand der Betrag der verfügbaren Spannungszeiger durch den Radius des Inkreises des Spannungszeigersechsecks begrenzt ist.

Der Betrag des Spannungszeigers, dessen Länge gleich dem Radius des Inkreises des Spannungszeigersechsecks ist, wird mit  $U_{max}$  bezeichnet. Also gilt

$$U_{max} = \sqrt{3}/2 * |U_i| = \sqrt{3}/2 * 2/3 U_{zk}$$

$$U_{max} = 1/\sqrt{3} U_{zk} = 0,577 U \quad (6.2.3)$$

## 7. METHODEN ZUR SPANNUNGSZEIGER-SYNTHESE

### 7.1 VARIATION DES STERNPUNKTPOTENTIALS

Unter Methoden zur Spannungszeigersynthese werden hier Methoden verstanden, mit denen aus der konstanten Gleichspannung des Gleichspannungszwischenkreises quasikontinuierliche Strangspannungen erzeugt werden können.

Hierfür gibt es eine Reihe von in der Literatur beschriebenen und in der Praxis verwendeten Verfahren.

Die Art des verwendeten Verfahrens hängt dabei wesentlich von der Art des Schaltungstechnik ab (analog oder digital).

Zunächst soll hier eine Betrachtung angestellt werden, die davon ausgeht, daß abhängig von den vorgegebenen Strangsollspannungen  $U_{s1}$ ,  $U_{s2}$  und  $U_{s3}$  kontinuierliche Klemmenpotentiale  $V_1$ ,  $V_2$  und  $V_3$  erzeugt werden können gemäß der Formel:

$$V_i(t) = U_0(t) + U_{si}(t) \quad (i=1,2,3) \quad (7.1.1)$$

Dabei ist  $U_0(t)$  eine zunächst frei wählbare Funktion.

Für die erzeugbaren Klemmenpotentiale gilt dabei die durch die Zwischenkreisspannung  $U_{zk}$  gegebene Einschränkung :

$$0V \leq V_i(t) \leq U_{zk} \quad (i=1,2,3) \quad (7.1.2)$$

Es wird nun davon ausgegangen, daß bei der Bestimmung der Strangsollspannungen bereits berücksichtigt ist, daß die Summe der Strangspannungen zu jedem Zeitpunkt Null ergibt:  $U_{s1} + U_{s2} + U_{s3} = 0$  (7.1.3)

Für das Sternpunktpotential  $V_0$  folgt dann:

$$V_0 = 1/3 * (V_1 + V_2 + V_3) = U_0 \quad (7.1.4)$$

Die Funktion  $U_0(t)$  bestimmt also den zeitlichen Verlauf des Sternpunktspotentials.

Die Strangspannungen  $U_1$ ,  $U_2$  und  $U_3$  sind gegeben durch:

$$U_i(t) = V_i(t) - V_0(t) = U_{si}(t) \quad (i=1,2,3) \quad (7.1.5)$$

Dies bedeutet, daß unabhängig von der Wahl von  $U_0$  die Strangspannungen stets gleich den Sollspannungen sind. Im einfachsten Falle wird man das Sternpunktpotential konstant halten und wählen

$$V_0 = U_0(t) = 1/2 U_{zk} .$$

Bei Verwendung dieser Methode konstanten Sternpunktspotentials gilt also:

$$V_i(t) = 1/2 U_{zk} + U_{si}(t) \quad (i=1,2,3) \quad (7.1.6)$$

Hieraus folgt, daß dann die Erzeugung von Strangspannungen im Bereich von  $-1/2 U_{zk}$  bis  $+1/2 U_{zk}$  möglich ist.

**Bild 7.1** zeigt den Verlauf der Strangsollspannungen bei Vorliegen eines Dreiphasensystems, wie es beim stationären Betrieb des Synchronmotors auftritt.

Betrachtet man den Verlauf des Strangsollspannungen, so wird deutlich, daß zu keinem Zeitpunkt eine Spannung den Maximalwert annimmt, während eine andere Spannung den Minimalwert annimmt. Dies führt zu der Überlegung, die Funktion  $U_0(t)$  so zu bestimmen, daß der gemäß 7.1.2 verfügbare Bereich der Klemmenpotentiale möglichst gut ausgenutzt wird. Es wird nun definiert:

$$U_{\max}(t) = \max(U_{s1}(t), U_{s2}(t), U_{s3}(t)) \quad (7.1.7)$$

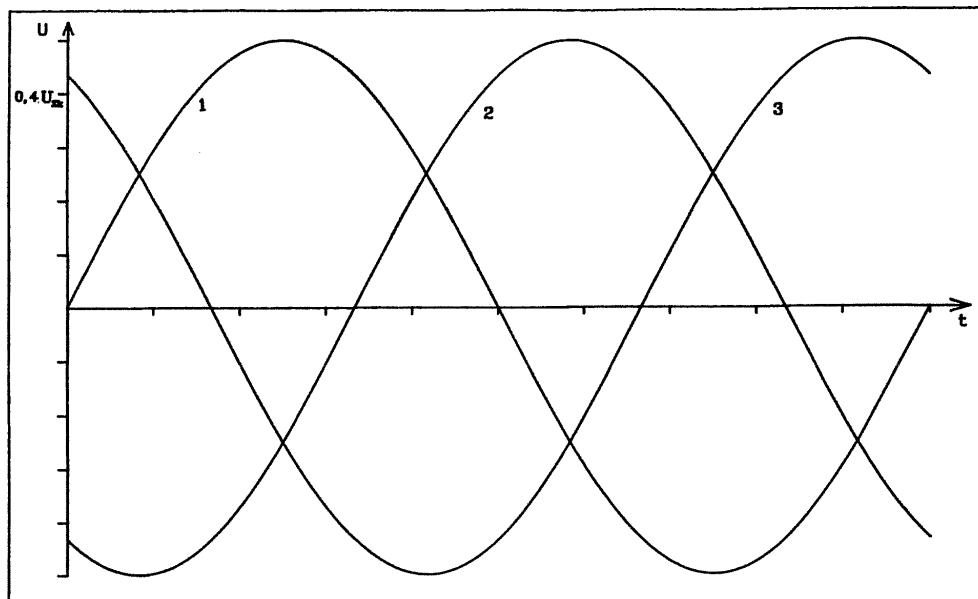
$$U_{\min}(t) = \min(U_{s1}(t), U_{s2}(t), U_{s3}(t))$$

Analog werden die Größen  $V_{\max}(t)$  und  $V_{\min}(t)$  bestimmt

Dann gilt:

$$V_{\max}(t) = U_0(t) + U_{\max}(t) \quad (7.1.8)$$

$$V_{\min}(t) = U_0(t) + U_{\min}(t)$$



*Bild 7.1 Dreiphasiges sinusförmiges Spannungssystem*

Bei gleichmäßiger Ausnutzung des zur Verfügung stehenden Bereichs gilt zu jedem Zeitpunkt:

$$V_{\max}(t) + V_{\min}(t) = U_{zk} \quad (7.1.9)$$

Mit den Gleichungen (7.1.8) folgt dann:

$$U_0(t) = 1/2 * (U_{zk} - U_{\max}(t) - U_{\min}(t)) \quad (7.1.10)$$

Es sei hier noch angemerkt, daß es wegen (7.1.3) zu jedem Zeitpunkt  $t$  ein  $i$  aus {1, 2, 3} gibt, so daß gilt:

$$U_i = -U_{\max}(t) - U_{\min}(t) \quad (7.1.11)$$

Diese Methode der Bestimmung des Strangpotentiale soll hier als Methode der symmetrischen Variation des Sternpunktspotentials zur Vergrößerung des Spannungsbereichs bezeichnet werden.

In den **Bildern 7.2 und 7.3** sind die zeitlichen Verläufe der Klemmenpotentiale bei konstantem Sternpunktpotential und bei Anwendung der oben beschriebenen Methode der symmetrischen Variation der Sternpunktpotentiale ausgehend von den in Bild 7.1 gezeigten Strangspannungen gegenübergestellt.

Durch Einsetzen von (7.1.10) in (7.1.8) folgt:

$$V_{\max}(t) = 1/2 \star (U_{zk} + U_{\max}(t) - U_{\min}(t)) \quad (7.1.12)$$

$$V_{\min}(t) = 1/2 \star (U_{zk} - U_{\max}(t) + U_{\min}(t))$$

Aus jeder dieser Gleichungen folgt mit (7.1.2) :

$$U_{\max}(t) - U_{\min}(t) \leq U_{zk} \quad (7.1.13)$$

Seien die Strangsollspannungen des Dreiphasensystems gegeben durch:

$$\begin{aligned} U_1(t) &= U \sin(\omega t) \\ U_2(t) &= U \sin(\omega t + 2/3 * \pi) \\ U_3(t) &= U \sin(\omega t + 4/3 * \pi) . \end{aligned} \quad (7.1.14)$$

Für das zeitliche Maximum der linken Seite von Gleichung (7.1.13) ergibt sich dann der Wert  $\sqrt{3} * U$ .

Dieses Maximum wird z.B. bei  $\omega t = 2/3 * \pi$  angenommen (siehe Bild 7.1).

Aus Gleichung (7.1.13) ergibt sich also für die Amplitude U der erzeugbaren Strangspannungen bei Verwendung der Methode der Variation des Sternpunktspotentials:

$$U \leq U_{zk}/\sqrt{3} = 0,577 * U_{zk} \quad (7.1.15)$$

Bei konstantem Sternpunktpotential gilt demgegenüber:  $U \leq 0,5 * U_{zk}$ ,

Durch Anwendung der Methode der Variation des Sternpunktspotentials ergibt sich also eine Vergrößerung des Spannungsbereichs um ca. 15% .

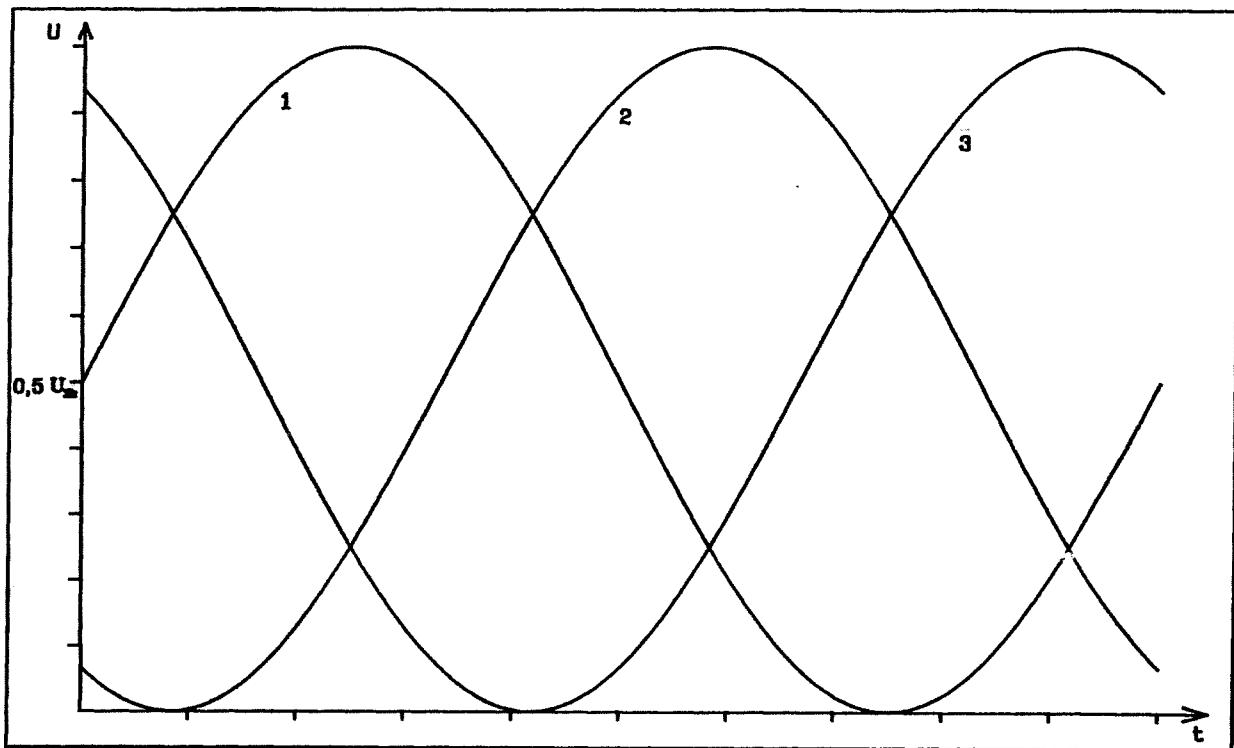
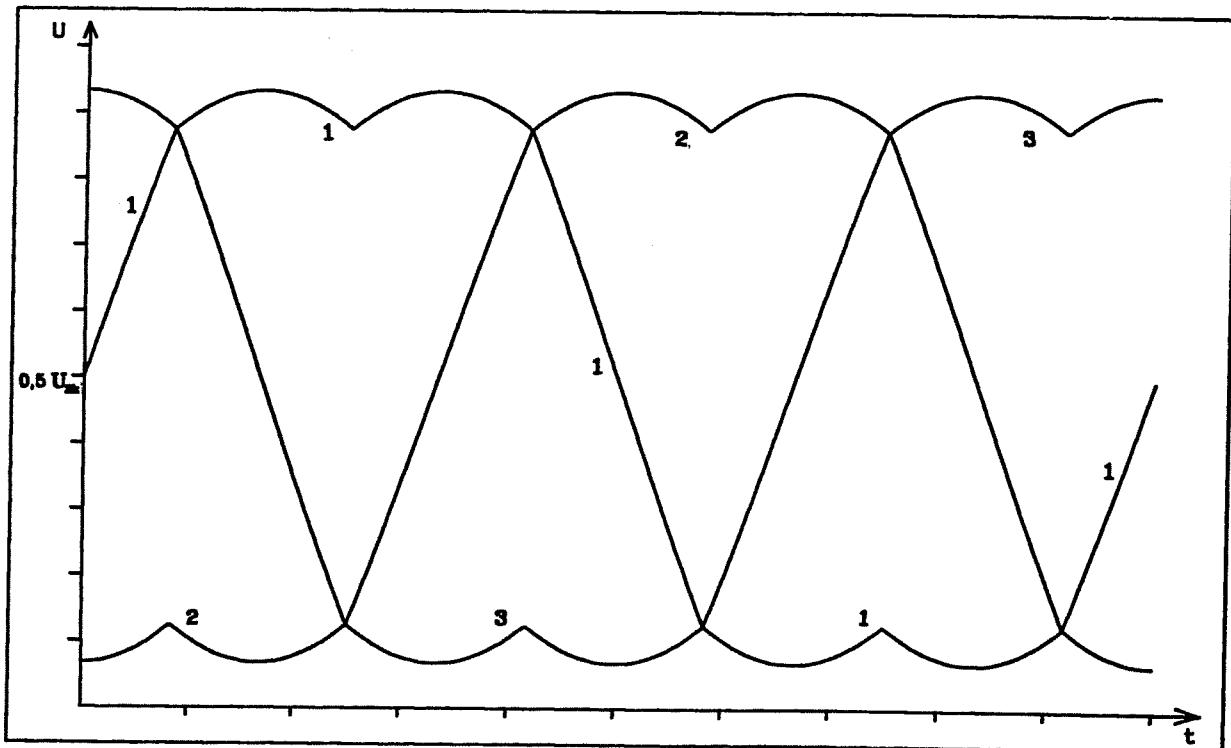


Bild 7.2 Potentialverläufe bei konstantem Sternpunktpotential



*Bild 7.3 Potentialverläufe bei symmetrischer Variation des Sternpunktpotential*

Unter Abkehr von der Potentialsymmetrie kann diese Methode dahingehend variiert werden, daß dem Klemmenpotential mit dem jeweils geringsten Wert das Nullpotential zugeordnet wird. Die Anwendung dieser Methode ist vorteilhaft hinsichtlich der Schalthäufigkeit der Schaltelemente bei Erzeugung der Potentiale durch Pulsbreitenmodulation, da hier im Strang mit dem jeweils kleinsten Klemmenpotential die Schaltvorgänge ganz entfallen können.

Diese Methode soll hier Methode der kleinsten Potentiale genannt werden, da die dabei erzeugten Potentiale zu jedem Zeitpunkt die kleinstmöglichen Wert besitzen.

**Bild 7.4** zeigt den bei Anwendung dieser Methode der kleinsten Potentiale entstehenden zeitlichen Verlauf der Klemmenpotentiale, wenn die Strangsollspannungen ein Dreiphasensystem bilden.

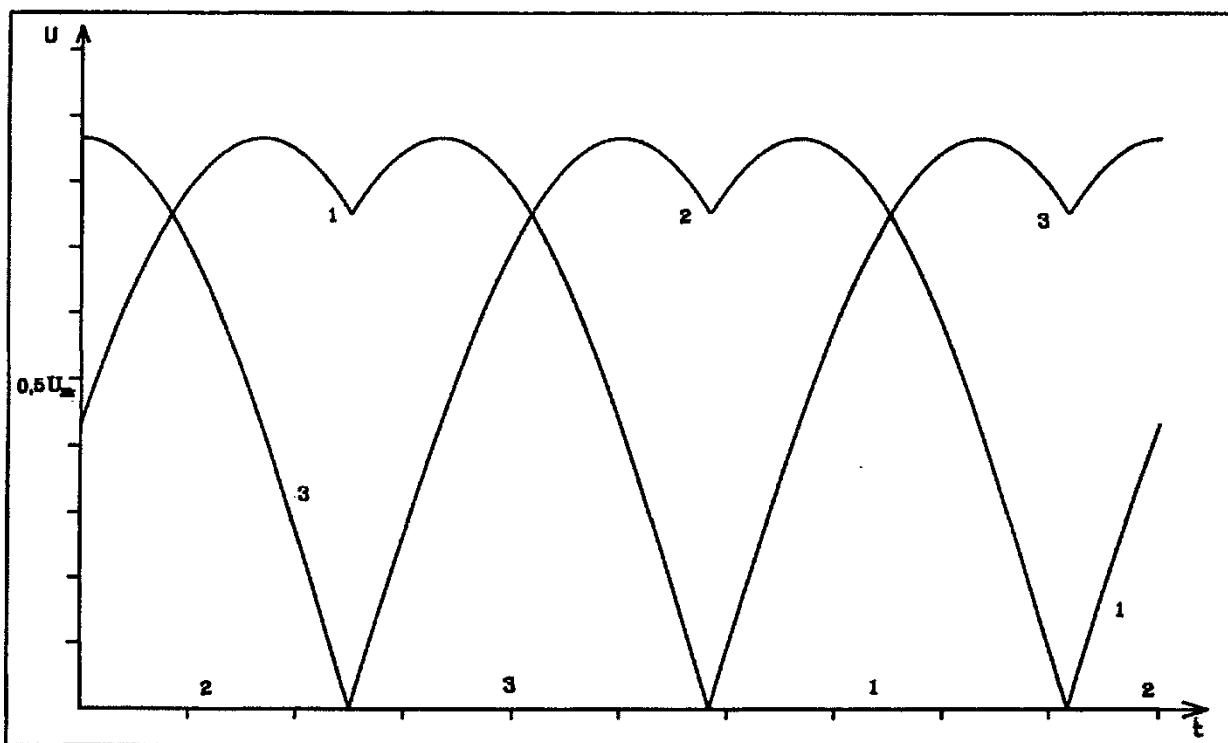


Bild 7.4 Potentialverläufe bei minimalem Sternpunktpotential

Es ist offensichtlich, daß die Bereichsvergrößerung auch hier in der oben genannten Höhe eintritt.

## 7.2 SPANNUNGSZEIGERSYNTHESE NACH DEM UNTERSCHWINGUNGSVERFAHREN

Ein für analoge Schaltungstechnik besonders geeignetes Verfahren ist das Unterschwingungsverfahren.

Hierbei werden pro Strang zwei analoge Referenzsignale benutzt. Das eine Referenzsignal ist eine dem Sollwert der entsprechenden Strangspannung proportionale Funktion, während das andere allen Strängen gemeinsame Referenzsignal eine Dreiecksfunktion ist. Die beiden Referenzsignale werden mit einem Komparator verglichen, der seinerseits die zugehörige Halbbrücke steuert.

Die Frequenz des Dreieckssignals muß hierbei wesentlich höher als die maximale Frequenz der Strangsollspannung gewählt sein.

Die Proportionalität zwischen Strangsollspannung und dem zugehörigen Referenzsignal muß so gewählt sein, daß bei einer Strangsollspannung von  $1/2 U_{zk}$  die Amplitude des beiden Referenzsignale gleich groß ist. Das Unterschwingungsverfahren bewirkt die Umsetzung des Strangspannungssollwerts in eine Pulsbreitenmodulation des Klemmopotentials. Der Strangspannungssollwert OV erzeugt dabei das Tastverhältnis 1 und somit

einen Mittelwert des Klemmenpotentials von  $1/2 U_{zk}$ .

Die Funktionstüchtigkeit dieses Verfahrens ist nur dann unmittelbar evident, wenn man annimmt, das Sternpunktpotential konstant bleibt und den Wert  $1/2 U_{zk}$  hat.

Tatsächlich schwankt jedoch das Sternpunktpotential bei Verwendung dieser Methode und nimmt abhängig von den Klemmenpotentialen die Werte  $OV$ ,  $1/3 U_{zk}$ ,  $2/3 U_{zk}$ ,  $U_{zk}$  an.

## **7.3 SPANNUNGSZEIGERSYNTHESSE DURCH PULSBREITENMODULATION**

### **7.3.1 ALLGEMEINES**

Bei Verwendung von digitaler Schaltungstechnik entspricht dem Unterschwingungsverfahren das Verfahren der voneinander unabhängigen Pulsbreitenmodulation(PBM) der Klemmenpotentiale.

Betrachtungen zur Pulsbreitenmodulation finden sich in /3 ORLIK/.

Hierbei werden aus den in digitaler Form vorliegenden Strangsollspannungen Steuerfaktoren berechnet.

Dabei ist der Steuerfaktor  $\xi_i$  definiert durch:

$$\xi_i = T_i / T_p , \quad (7.3.1.1)$$

wobei  $T_i$  die Dauer der Aufschaltung der Zwischenkreisspannung auf den Strang  $i$  und  $T_p$  die Taktzeit der Pulsbreitenmodulation ist.

Für die Bestimmung der Steuerfaktoren erhält man in Analogie zu Gleichung (7.1.6) die Gleichung:

$$\xi_i = 1/2 + U_{si}/U_{zk} \quad (7.3.1.2)$$

Die Richtigkeit dieser Formel unter Berücksichtigung der Unstetigkeit des zeitlichen Verlaufs der Strangsollspannungen wird im nächsten Abschnitt gezeigt.

Aus der Definition der Steuerfaktoren  $\xi_i$  ergibt sich unmittelbar die Gültigkeit der Ungleichung:

$$0 \leq \xi_i \leq 1 \quad (7.3.1.3)$$

Bei Benutzung der Formel (7.3.1.2) können also Strangsollspannungen  $U_s$  im Bereich:

$$-1/2 * U_{zk} \leq U_s \leq 1/2 * U_{zk} \quad (7.3.1.4)$$

realisiert werden.

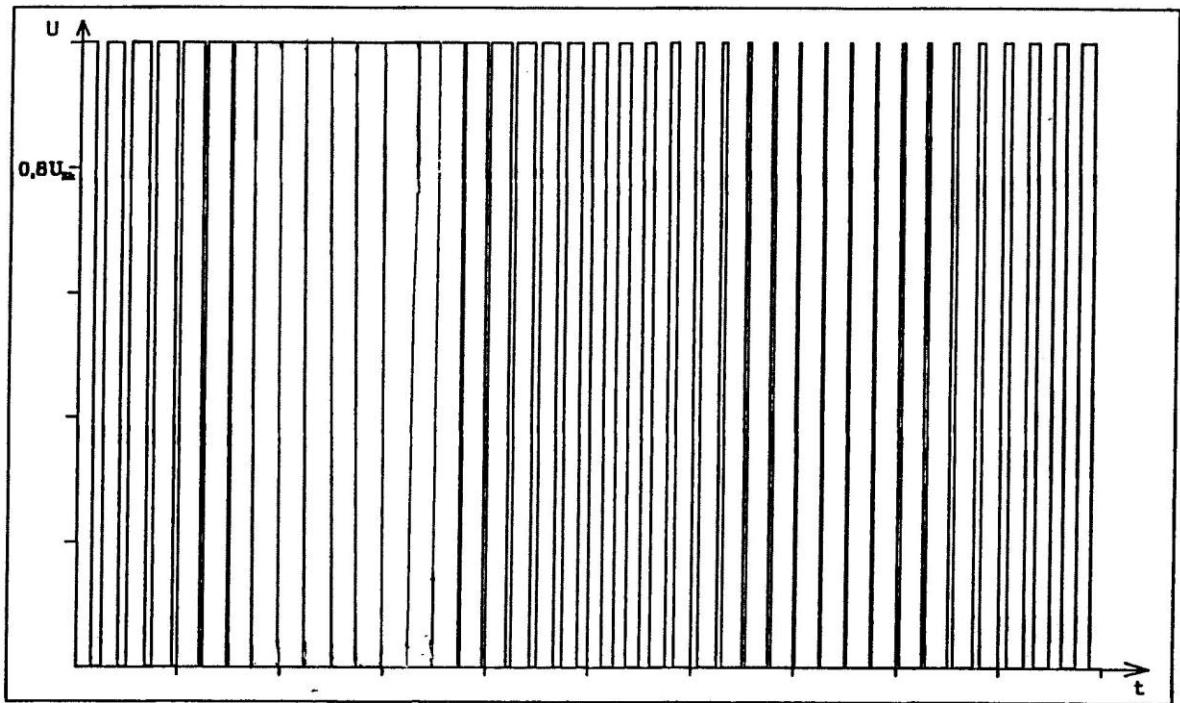


Bild 7.5 strangspannungsverlauf des 1. Strangs bei Pulsbreitenmodulation

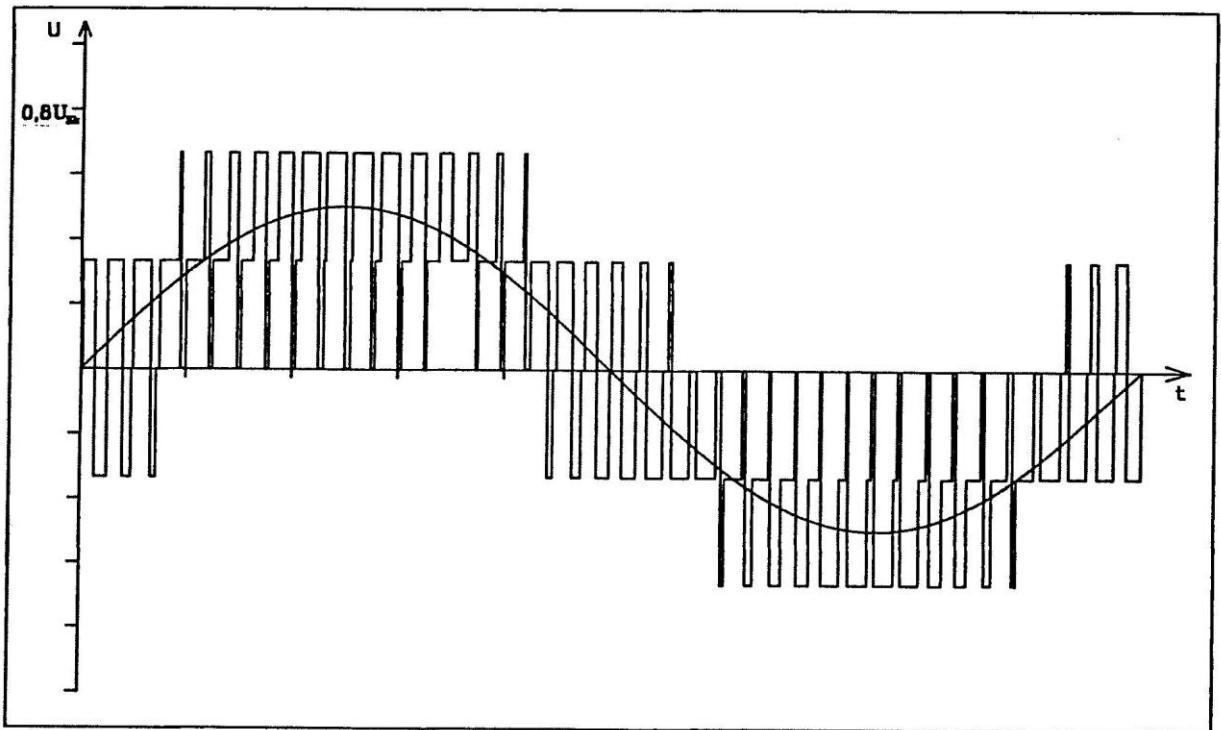


Bild 7.6 Strangspannungsverlauf des 1. Strangs bei Pulsbreitenmodulation

Wichtig für die Güte des Verfahrens ist die Taktzeit  $T_P$ .

Bei der Bemessung der Taktzeit  $T_P$  ist die Taktzeit  $T_s$  des Steueralgorithmus zu berücksichtigen, der die Strangspannungssollwerte liefert.

Die Steuerfrequenz  $f_s = 1/T_s$  muß groß gegenüber der höchsten vorkommenden Strangspannungs frequenz sein. Die Frequenz der Pulsbreitenmodulation  $f_p = 1/T_p$  sollte ein ganzes Vielfaches der Steuerfrequenz  $f_s$  sein. Im einfachsten Fall ist  $f_s = f_p$ .

Ausgehend von dem in Bild 7.1 gezeigten Dreiphasensystem der Strangsollspannungen wird in Bild 7.5 der zeitliche Verlauf des Klemmenpotentials eines Strangs bei Anwendung dieses Verfahrens gezeigt.

Die daraus resultierende Strangspannungsfunktion ist in Bild 7.6 dargestellt.

Die Tatsache, daß die Strangspannungsfunktion sehr stark von den Klemmenpotentialfunktion abweicht, erklärt sich aus der Tatsache, daß das Sternpunktpotential bei Verwendung dieses Verfahrens nicht konstant ist.

### 7.3.2 BEWEIS DER KORREKTHEIT DES VERFAHRENS

Es soll nun untersucht werden, ob die bei Pulsbreitenmodulation der Klemmenpotentiale erzeugten Strangspannungen den vorgegebenen Strangsollspannungen entsprechen.

Um die Gültigkeit der folgenden Überlegungen möglichst allgemein zu halten, wird hier nur benutzt, daß die Zwischenkreisspannung während der Zeitdauer  $T_i$  innerhalb des Intervalls  $T_p$  auf den Strang  $i$  geschaltet ist.

Über die Anzahl der dabei pro Strang verwendeten Spannungsblöcke und ihre Lage im Intervall  $T_p$  wird keine Voraussetzung gemacht.

Wie bereits oben gesagt, liegt zu jedem Zeitpunkt innerhalb des Intervalls  $T_p$  einer von 7 diskreten Spannungszeigern an (siehe Tabelle 6.1).

Sei  $t_n$  die Gesamtdauer der Zeit innerhalb des Intervalls  $T_p$ , in der der Spannungszeiger  $U_n$  anliegt ( $n=1..7$ ).

Aus Tabelle 6.1 entnimmt man nun:

$$\begin{aligned} T_1 &= t_1 + t_2 + t_3 + t_4 \\ T_2 &= t_2 + t_3 + t_4 + t_5 \\ T_3 &= t_5 + t_6 + t_7 \end{aligned} \quad (7.3.2.1)$$

Für den durch Mittelwertbildung gewonnenen resultierenden Spannungszeiger  $U$  gilt:

$$T_p * U = Z t_n * U_n \quad (7.3.2.2)$$

Wegen  $U_{B+3} = -U_n$  für  $n=1,2,3$  folgt hieraus:

$$T_p * U = Z (t_n - t_{n+3}) * U_n \quad (7.3.2.3)$$

Mit  $U_2 = U_1 + U_3$  erhält man:

$$\begin{aligned} T_p * U &= (t_1 - t_4 + t_2 - t_5) * U_1 + (t_3 - t_6 + t_4 - t_7) * U_3 \\ T_p * U &= (T_1 - T_4) * U_1 + (T_2 - T_5) * U_3 \end{aligned} \quad (7.3.2.4)$$

Unter Benutzung der Definition (7.3.1.1) der Steuerfaktoren  $x_i$  ergibt sich:

$$U = (x_1 - x_4) * U_1 + (x_2 - x_5) * U_3 \quad (7.3.2.3)$$

Mit der Gleichung (7.3.1.2) erhält man:

$$y = (U_{s1} - U_{s3})/u_{zk} * y_1 + (U_{s2} - U_{s3})/u_{zk} * y_3 \quad (7.3.2.6)$$

Mit  $y_H = -UI - y_3$  folgt:

$$y = u_{s1} * y_1/u_{zk} + u_{s2} * y_3/u_{zk} + u_{s3} * y_a/u_{zk} \quad (7.3.2.7)$$

Unter Verwendung der Definition der Spannungszeiger erhält man:

$$U = U_{s1} * 2/3 + U_{s2} * 2/3 * a + U_{s3} * 2/3 * a^2, \quad (7.3.2.8)$$

wobei  $a = \exp(j*2*\pi/3)$  ist.

$$U = 2/3 * (U_{s1} + U_{s2} * a + U_{s3} * a^2)$$

Die rechte Seite dieser Gleichung ist gemäß Definition der komplexe Sollspannungszeiger  $U_s$ , so daß gilt:  $U = U_s$ .

Damit ist in einem sehr allgemeinen Sinne die Korrektheit aller Verfahren, die eine Pulsbreitenmodulation der Klemmenpotentiale gemäß Gleichung 7.3.1.2 benutzen, nachgewiesen. Bei diesem Beweis wurde die Wirkung der tatsächlich wirkenden Spannungszeiger aufgrund der Beziehungen zwischen den Spannungszeigern durch die Wirkung der drei Zeiger  $U_1$ ,  $U_3$  und  $U_a$  ersetzt.

### 7.3.3 VARIATION DES STERNPUNKTPOTENTIALS BEI PBM

Es wird nun der zeitliche Verlauf der Strangspannungen während einer Taktperiode  $T$  des Pulsbreitenmodulators betrachtet. **Bild 7.7** zeigt einen angenommenen Verlauf der Klemmenpotentiale und den daraus resultierenden Verlauf der Strangspannungen während einer Taktperiode  $T_P$  des Pulsbreitenmodulators.

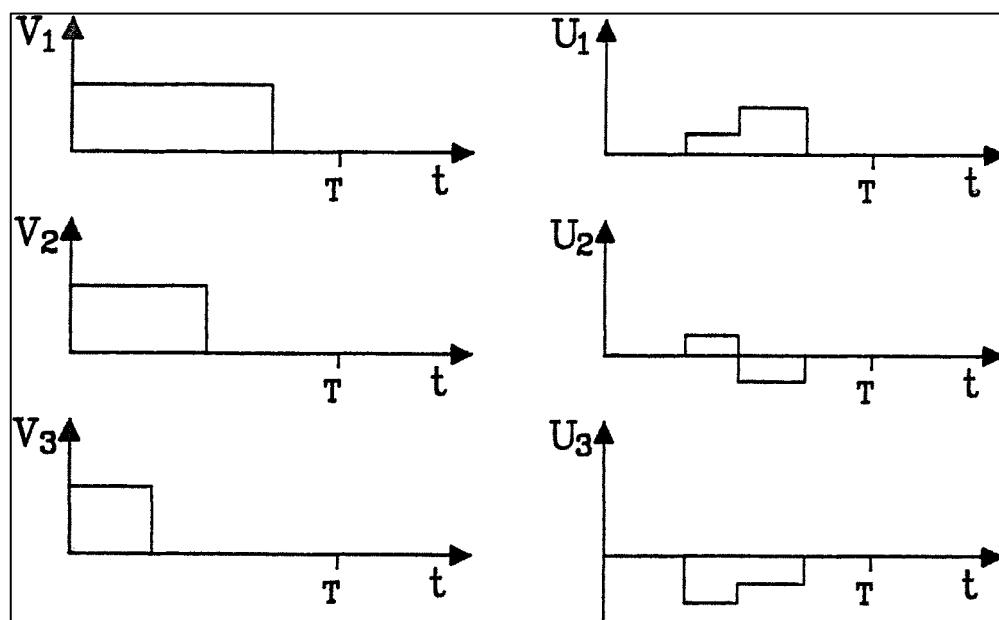


Bild 7.7 Potentiale und Spannungen während einer Taktperiode des Pulsbreitenmodulators

Aus dem Bild wird ersichtlich, daß während  $T_P$  (maximal) vier Schaltzustände vorliegen. Die Zeitdauern des Vorliegens der Schaltzustände in der Reihenfolge ihres Auftreten werden mit  $n$  bezeichnet. Dabei ist auch  $T_i = 0$  zulässig. Damit ist gewährleistet, daß die Anzahl der Schaltzustände stets vier ist. Während  $T_i$  und  $r \ll$  liegt der Nullspannungszeiger 0. an, so daß insgesamt maximal drei verschiedene Spannungszeiger während  $T_P$  anliegen. Werden nun alle Steuerfaktoren  $x_i$  im Sinne einer Variation des Sternpunktspotentials um den gleichen Betrag erhöht oder gesenkt, so bedeutet dies, daß sich alle Schaltzeitpunkte um einen gleichen Betrag verschieben. Daraus ergibt sich, daß die Zeitdauern  $T_A$  und  $T_{i+14}$  konstant bleiben.

Die Anwendung der Methode der Variation des Sternpunktspotentials bewirkt hier also eine andere Verteilung des Zeitraums, während dessen der Nullvektor geschaltet ist, innerhalb des Intervalls  $T$ .

Ihre Anwendung bewirkt jedoch auch hier eine Vergößerung des Spannungsbereichs, da sie den Bereich vergrößert, in dem die Steuerfaktoren innerhalb des zulässigen Intervalls  $L^\circ, 13$  liegen. Bei Anwendung der Methode der Variation des Sternpunktspotentials tritt anstelle der Gleichung (7.3.1.2) die folgende Gleichung für die Bestimmung des Steuerfaktors  $x_i$  :

$$x_i = 1/2 + (U_{si} - 1/2 * (U_{\max}(t) + U_{\min}(t)) / U_{zk}) \quad (7.3.3.1)$$

### 7.3.4 LAGE DER SPANNUNGSZEIGER BEI PBM

Nun wird untersucht, welche relative Lage die erzeugenden Spannungszeiger zum erzeugten Spannungszeiger haben.

Aufgrund der Symmetrie der Maschine ist es ausreichend hierzu einen Spannungszeiger im 1. Sextanten zu betrachten. Jeder in einem anderen Quadranten gelegene Spannungszeiger läßt sich geeignete Umnummerierung der Stränge auf den hier betrachteten Fall zurückführen.

Wir gehen von einem Spannungszeiger  $U = U^*eJ^\circ$  im 1. Sextanten aus. Dann gilt:

$$0 \leq \beta \leq n/3 .$$

Für die Komponenten  $U_x$  und  $U_y$  des Spannungszeigers  $U$  gilt dann:

$$U_x = U^*\cos(\beta) \quad U_y = U^*\sin(\beta)$$

Für die Strangspannungen erhält man durch Projektion des Spannungszeigers  $U$  auf die den Strängen entsprechenden Achsen gemäß den Beziehungen (1.1.3.9) bis (1.1.3.11) die Ungleichungen:

$$0,5^*U \leq U_i \leq U$$

$$-0,5^*U \leq U_2 \leq 0,5^*U$$

$$-U \leq U_a \leq -0,5*U$$

Sei  $T_i$  der Schaltzeitpunkt, bei dem im Strang  $i$  die Umschaltung von der Spannung  $U_{zk}$  zur Spannung 0V erfolgt.

Nach Gleichung (7.3.1.2) folgt dann aus den obigen drei Ungleichungen für die Schaltzeitpunkte die Ungleichung:

$$T_3 \leq T_2 \leq T_i$$

Dies bedeutet, daß sich für die Schaltzustände gemäß Tabelle 6.1 die folgende Reihenfolge ergibt: 7,2,1,0

Aus Tabelle 6.1 entnimmt man, daß hierzu die Spannungszeigerreihenfolge:

$U_o, U_i, U_2, U_o$  gehört.

Der Spannungszeiger wird also bei Verwendung des Verfahrens der Pulsbreitenmodulation stets aus den dem zu erzeugenden Spannungs zeiger benachbarten Spannungszeigern und dem Nullzeiger erzeugt

Das Verfahren der Spannungszeigersynthese durch Pulsbreitenmodulation der Klemmenpotentiale erweist sich also äquivalent zu dem noch zu beschreibenden 3-Vektor-Verfahren. Wählt man die Methode der kleinsten Potentiale, so ist das Verfahren der Spannungszeigersynthese durch Pulsbreitenmodulation identisch mit dem 3-Vektor-Verfahren. Der Unterschied zwischen den beiden Verfahren besteht allein im Rechengang zur Bestimmung der Schaltzeitpunkte.

## **7-4 SPANNUNGSZEIGERSYNTHES DURCH KOMBINATION VON SPANNUNGSZEIGERN**

### **7.4.1 ALLGEMEINES**

Verfahren der Kombination von Spannungszeigern bestehen darin, einen vorgegebenen Spannungszeiger durch eine Folge von Spannungszeigern  $U_i$  und eine entsprechende Folge von Wirkungsdauern  $t_i$  zu realisieren.

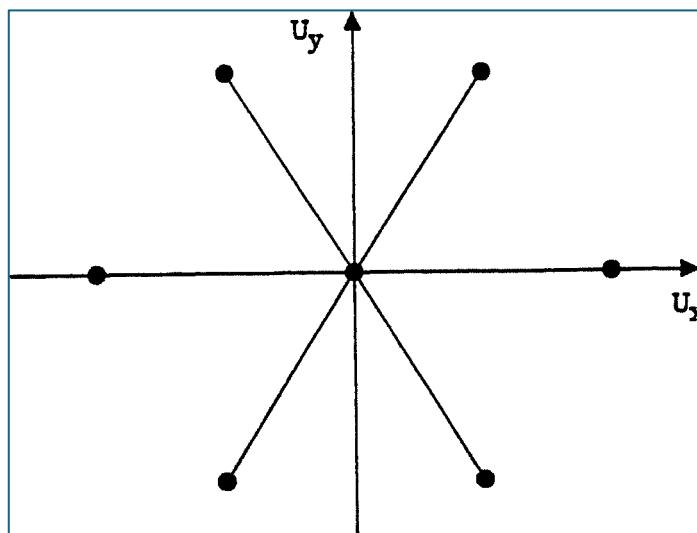
Das allgemeinste Verfahren macht keine Einschränkung hinsichtlich der Länge der Wirkungsdauern. Es ist für die praktische Anwendung nicht geeignet, da für das Durchlaufen des Algorithmus zur Bestimmung des nächsten Spannungszeigers und seiner Wirkungsdauer eine endliche Zeit benötigt wird, die möglicherweise größer ist als die berechnete Wirkungsdauer des gerade geschalteten Spannungszeigers .

Die Anpassung an die Notwendigkeiten der Digitaltechnik erfordert Verfahren , die mit einer festen Taktzeit arbeiten, wobei die Taktzeit größer als die Zykluszeit des Berechnungsalgorithmus sein muß.

Diese Verfahren lassen sich klassifizieren durch die Zahl der Spannungszeiger, die während eines Taktes geschaltet werden. Dementsprechend unterscheiden wir 1-Vektor-Verfahren, 2-Vektor-Verfahren und 3-Vektor-Verfahren, die im Folgenden beschrieben werden.

#### 7.4.2 DAS 1-VEKTOR-VERFAHREN

Hier haben alle geschalteten Spannungszeiger die gleiche Wirkungsdauer  $T_P$ . Es stehen demzufolge nur die in **Bild 7.8** gezeigten sieben diskreten Spannungszeiger zur Verfügung. Die Bestimmung des zu schaltenden Spannungszeiger in Abhängigkeit von einem vorgegebenen Sollspannungszeiger  $U_s$  erfolgt im einfachsten Falle so, daß stets der Spannungszeiger  $U_i$  gewählt wird, für den der Differenzzeiger  $U_s - U_i$  die kleinste Länge hat. Auf diese Weise entstehen Gebiete in der Spannungszeigerebene. Allen



*Bild 7.8 realisierbare Spannungspunkte beim 1-Vektor-Verfahren*

in einem Gebiet liegenden Sollspannungszeigern wird der gleiche erzeugte Spannungszeiger zugeordnet. Es ist erkennbar, daß dieses Verfahren ein sehr grobes ist.

Für das Maximum des Fehlerzeigerbetrags  $|U_s - U_i|$ , das als Kriterium für die Güte des Verfahrens geeignet ist, gilt hier:

$$\max(|U_s - U_i|) > 1/2 * |U_i|$$

Die Auswirkungen der Grobheit des Spannungserzeugungsverfahrens auf die Bahn des Stromzeigers  $i$  können jedoch bei genügend kurzer Taktzeit  $T_P$  in zumutbaren Grenzen gehalten werden, da die Sollwerte des Spannungszeigers jeweils in Abhängigkeit vom Istwert des Stromzeigers bestimmt werden und somit eine Regelschleife vorliegt.

Eine Verbesserung des Verfahrens läßt sich dadurch erzielen, daß bereits in den Algorithmus zur Bestimmung des Spannungszeigers ein Regelalgorithmus eingebaut wird. Diese

Methode wird von B. Schwarz /II/ benutzt. Hierbei wird der zeitlich integrierte Differenzzeiger  $U_s - U_i$  zusätzlich zum aktuellen Sollzeiger als Kriterium für die Auswahl des zu schaltenden Spannungszeigers benutzt. Somit wird eine gegenüber dem einfachen Verfahren, bei dem erst die Auswirkung auf den Stromzeiger zur Korrektur benutzt wird, wesentlich kürzere Reglerzeitkonstante erzielt.

#### 7.4.3 DAS 2-VEKTOR-VERFAHREN

Pro Taktperiode gelangen hier jeweils zwei Spannungszeiger zum Einsatz, wobei die Wirkungsdauer der Spannungszeiger veränderlich ist.

Diesen beiden Spannungszeigern wird nun durch zeitliche Mittelwertbildung über die Taktperiode  $T_P$  ein resultierender Spannungszeiger  $U$  zugeordnet, der in den folgenden Überlegungen verwendet wird.

Sind  $\underline{U}_i$  und  $\underline{U}_k$  die geschalteten Spannungszeiger, so berechnet sich der resultierende Spannungszeiger  $\underline{U}$  zu:  $\underline{U} = (t_i * \underline{U}_i + (T_p - t_i) * \underline{U}_k) / T_p$  (7.4.3.1)

Dabei ist  $t_i$  die Wirkungsdauer des Spannungszeigers  $U_i$ . Führt man hier den Steuerfaktor  $x = t_i / T_p$  ein, so folgt:

$$\underline{U} = x * \underline{U}_i + (1-x) * \underline{U}_k \quad (7.4.3.2)$$

, wobei  $0 <= x <= 1$  ist.

Dies bedeutet, daß der resultierende Spannungspunkt  $U$  stets auf der die beiden Punkte  $U_i$  und  $U_k$  verbindenden Strecke liegt. Bei Variation des Steuerfaktors  $x$  innerhalb der zulässigen Grenzen durchläuft der Punkt  $U$  die gesamte  $U_i$  und  $U_k$  verbindende Strecke.

**Bild 7.9** zeigt die Menge aller nach dem 2-Vektorverfahren erzeugbaren resultierenden Spannungspunkte.

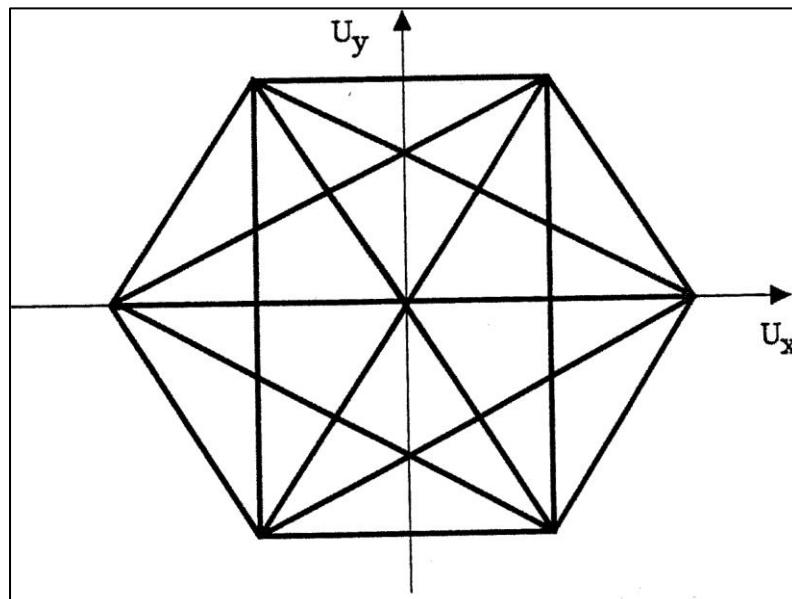


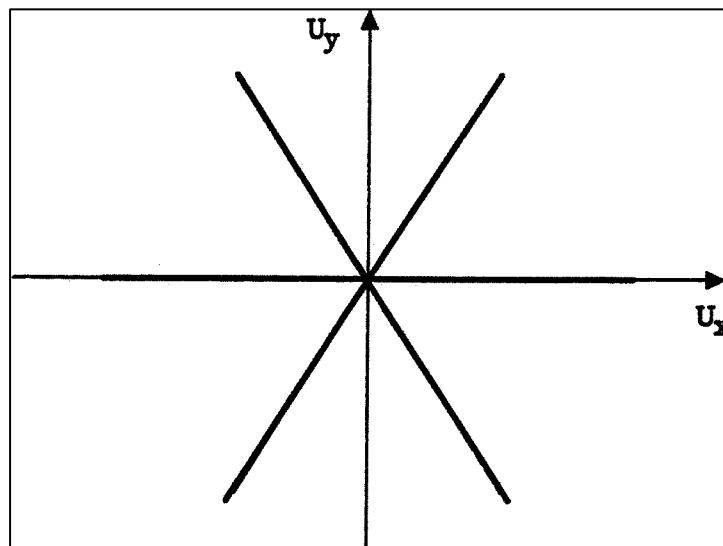
Bild 7.9 realisierbare Spannungspunkte beim 2-Vektor-Verfahren

Ein Vergleich mit den Verhältnissen bei dem 1-Vektorverfahren, bei dem nur sechs diskrete Spannungspunkte zur Verfügung stehen, zeigt, daß durch Verwendung dieses Verfahrens eine wesentliche Verbesserung des Genauigkeit zu erzielen ist.

Bei einer praktischen Realisierung dieses Verfahrens bereitet die Auswahl einer Kombination  $U_i, U_k$  aus der Vielzahl der zur Verfügung stehenden Kombinationen Schwierigkeiten.

Man wird sich deshalb auf die Kombinationen eines Spannungszeigers  $U_i$  mit dem Nullspannungszeiger  $U_0$  beschränken.

**Bild 7.10** zeigt die dann realisierbare Menge von Spannungspunkten.



*Bild 7.10 realisierbare Spannungspunkte beim eingeschränkten 2-Vektor-Verfahren*

Die Auswahl des Spannungszeigers  $U_i$  und des Steuerfaktors  $x$  kann dann wieder nach dem Kriterium des kleinsten Fehlerzeigerbetrags erfolgen.

Für das Maximum des Fehlerzeigerbetrags gilt hier:

$$\max(|U_s - U|) = 1/4 * \sqrt{3} * |U_i| \quad (7.4.3.3)$$

Die Korrektur des bei der Spannungserzeugung nach diesem Verfahren entstehenden Fehlers kann wieder auf dem Wege über die Rückkopplung durch den gemessenen Stromzeiger oder wie beim 1-Vektor-

Verfahren beschrieben, durch einen in den Spannungszeigersynthesealgorithmus eingebauten Regelalgorithmus erfolgen. Bei der Benutzung dieses Verfahrens wird häufig der Fall auftreten, daß in mehreren aufeinanderfolgenden Taktperioden der ausgewählte Spannungszeiger  $U_i$  identisch ist. Dies ist insbesondere beim stationären Betrieb des Motors zu erwarten.

Eine Verringerung der Schalthäufigkeit der Schaltelemente läßt sich hier erzielen, indem in

aufeinanderfolgenden Taktperioden jeweils die zeitliche Reihenfolge der beiden geschalteten Zeiger vertauscht wird. Unter der oben gemachten Voraussetzung entfällt dann pro Taktperiode die Umschaltung einer Halbbrücke.

#### 7.4.4 DAS 3-VEKTOR-VERFAHREN

Hier wird der resultierende Spannungszeiger  $U$  durch Kombination von drei Spannungszeigern  $U_1$ ,  $U_2$  und  $U_3$  erzeugt.

Sind  $t_1$  und  $t_2$  die Wirkungsdauern der beiden ersten Spannungszeiger, so gilt:

$$U = (t_1 * U_1 + t_2 * U_2 + (T_p - t_1 - t_2) * U_3) / T_p \quad (7.4.4.1)$$

Mit den Steuerfaktoren  $x_1 = t_1 / T_p$  und  $x_2 = t_2 / T_p$  folgt nun:

$$U = x_1 * U_1 + x_2 * U_2 + (1 - x_1 - x_2) * U_3 \quad (7.4.4.2)$$

Dies Gleichung besagt, daß der resultierende Spannungspunkt  $U$  stets innerhalb des von den Spannungspunkten  $U_1$ ,  $U_2$  und  $U_3$  aufgespannten Dreiecks liegt.

Zu einem beliebigen Punkt  $U$  innerhalb des von den Spannungspunkten  $U_1$ ,  $U_2$  und  $U_3$  aufgespannten Dreiecks gibt es andererseits stets Steuerfaktoren  $x_1$  und  $x_2$ , so daß dieser Punkt der resultierende Spannungspunkt ist.

Durch Aufspaltung der komplexen Gleichung (7.4.4.2) in zwei reelle Gleichungen und Umformung derselben folgt:

$$U_x = x_1 * (U_{1x} - U_{3x}) + x_2 * (U_{2x} - U_{3x}) + U_{3x} \quad (7.4.4.3)$$

$$U_y = x_1 * (U_{1y} - U_{3y}) + x_2 * (U_{2y} - U_{3y}) + U_{3y}$$

Durch Auflösung dieser Gleichungen nach den Steuerfaktoren  $x_1$  und  $x_2$  erhält man die Bestimmungsgleichungen für die Steuerfaktoren.

Mit der Einschränkung  $U_3 = 0$  folgen aus (7.4.4.3) die Gleichungen:

$$U_x = x_1 * U_{1x} + x_2 * U_{2x} \quad (7.4.4.4)$$

$$U_y = x_1 * U_{1y} + x_2 * U_{2y}$$

Durch Auflösung der dieser Gleichungen nach den Steuerfaktoren  $x_1$  und  $x_2$  folgt nun:

$$x_1 = (U_x * U_{2y} - U_y * U_{2x}) / (U_{1x} * U_{2y} - U_{1y} * U_{2x}) \quad (7.4.4.5)$$

$$x_2 = (U_y * U_{1x} - U_x * U_{1y}) / (U_{1x} * U_{2y} - U_{1y} * U_{2x})$$

Die Betrachtung des Spannungssechsecks zeigt, daß sich das gesamte Spannungssechseck aus Dreiecken zusammensetzen läßt, die jeweils von zwei benachbarten Spannungspunkten und dem Nullpunkt aufgespannt werden.

Es genügt also, nur Spannungszeigertripel  $(U_1, U_2, 0)$  zu betrachten, wobei  $U_1$  und  $U_2$  benachbarte Spannungszeiger sind.

Bei der Bestimmung der Steuerfaktoren ist zunächst der Sextant zu bestimmen, in dem der Spannungszeiger  $U$  liegt. Hierzu ist der Winkel  $\arg(U)$  zu bilden und mit den Werten  $0^\circ, 60^\circ, 120^\circ, 180^\circ, 240^\circ, 300^\circ$  zu vergleichen.

Es ist nun günstig, den Spannungszeiger  $\underline{U}$  in ein gedrehtes Koordinatensystem umzurechnen. Die Achsen dieses statorfesten Koordinatensystems werden mit  $x'$  und  $y'$  bezeichnet.

Die Komponenten  $U_x$  und  $U_y$  erhält man gemäß:

$$\begin{aligned} U_{x'} &= \cos(\beta) * U_x - \sin(\beta) * U_y \\ U_{y'} &= \sin(\beta) * U_x + \cos(\beta) * U_y, \end{aligned} \quad (7.4.4.6)$$

wobei  $\beta$  der Winkel zwischen der  $x'$  und der  $x$ -Achse ist.

Bezüglich der Lage des  $x'$ - $y'$ -Koordinatensystems gibt es zwei Möglichkeiten:

a) Die  $x'$ -Achse fällt mit dem dem Spannungszeiger  $U$  rechtsseitig benachbarten Zeiger  $U_1$  zusammen.

Es gilt hier mit  $U^\wedge = |U_1|$ :

$$\begin{aligned} U_{1x'} &= U^\wedge, \quad U_{1y'} = 0 \\ U_{2x'} &= 0,5 * U^\wedge, \quad U_{2y'} = \sqrt{3}/2 * U^\wedge \end{aligned} \quad (7.4.4.7)$$

Aus (7.4.4.6) erhält man nun:

$$\begin{aligned} U_{x'} &= x_1 * U^\wedge + x_2 * 0,5 * U^\wedge \\ U_{y'} &= x_2 \sqrt{3}/2 * U^\wedge \end{aligned} \quad (7.4.4.8)$$

Durch Auflösung nach den Steuerfaktoren folgt hieraus:

$$\begin{aligned} x_1 &= (U_x - 1/\sqrt{3} * U_y) / U^\wedge \\ x_2 &= 2/\sqrt{3} U_y / U^\wedge \end{aligned} \quad (7.4.4.9)$$

**Bild 7.11** zeigt, daß sich die Gleichungen (7.4.4.9) auch geometrisch herleiten lassen.

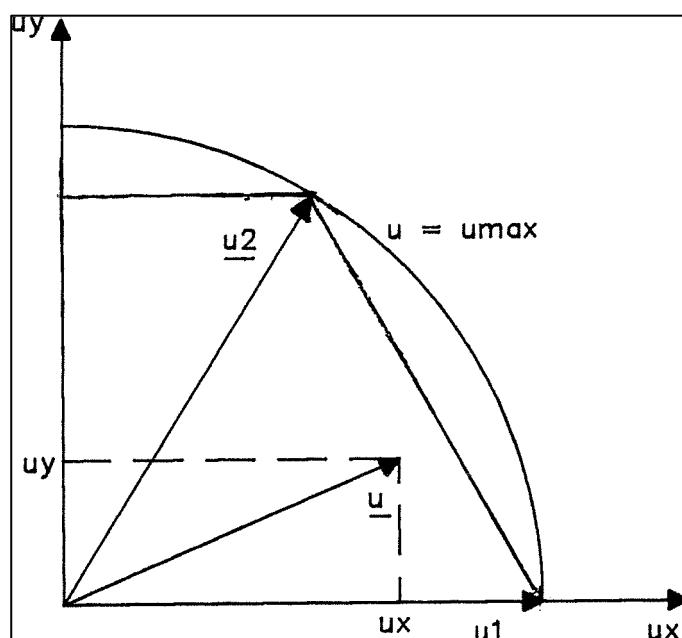


Bild 7.11 Spannungszeigersynthese nach dem 3-Vektor-Verfahren

b) Das Koordinatensystem wird so gewählt, daß die  $x'$ -Achse identisch ist mit der Winkelhalbierenden der beiden dem Spannungszeiger  $U$  benachbarten Spannungszeiger.

Hier gilt:

$$U_{1x} = \sqrt{3}/2 * U^{\wedge}, U_{1y} = -0,5 * U^{\wedge} \quad (7.4.4.10)$$

$$U_{2x'} = \sqrt{3}/2 * U^{\wedge}, U_{2y'} = 0,5 * U^{\wedge}$$

Aus (7.4.4.6) folgt in diesem Falle:

$$U_x = (x_1 + x_2) * 0,5 * \sqrt{3} U^{\wedge} \quad (7.4.4.11)$$

$$U_y = (-x_1 + x_2) * 0,5 * U^{\wedge}$$

Durch Auflösung nach  $x_1$  und  $x_2$  erhält man:

$$x_1 = (U_x / \sqrt{3} - U_y) / U^{\wedge} \quad (7.4.4.12)$$

$$x_2 = (U_x / \sqrt{3} + U_y) / U^{\wedge}$$

Eine weitere Möglichkeit des Vorgehens besteht darin, den Spannungszeiger  $U$  gleich zu Beginn der Rechnung in Polarkoordinaten umzurechnen:

$$\beta = \arg(U), U = |U| .$$

Es lassen sich hier nun zwei Berechnungsarten unterscheiden:

c) Bei der Vorgehensweise entsprechend a) wird der Winkel  $\beta' = \beta - \beta_0$  so gebildet, so daß  $0^\circ \leq \beta' < 60^\circ$  ist, wobei  $\beta_0$  aus den Werten  $0^\circ, 60^\circ, 120^\circ, 180^\circ, 240^\circ, 300^\circ$  zu wählen ist. Die Steuerfaktoren werden dann nach den folgenden Formeln bestimmt:

$$x_1 = (\cos(\beta') - 1/\sqrt{3} * \sin(\beta')) * U / U^{\wedge} \quad (7.4.4.13)$$

$$x_2 = 2/\sqrt{3} * \sin(\beta') * U / U^{\wedge}$$

Durch Umformung der ersten Gleichung unter Verwendung des Additionstheorems für die Sinusfunktion erhält man eine einfachere Form der obigen Formeln:

$$x_1 = 2/\sqrt{3} * \sin(60^\circ - \beta') * U / U^{\wedge} \quad (7.4.4.14)$$

$$x_2 = 2/\sqrt{3} * \sin(\beta') * U / U^{\wedge}$$

d) Bei Vorgehensweise entsprechend b) wird der Winkel  $\beta' = \beta - \beta_0$  so gebildet, so daß  $-30^\circ \leq \beta' < 30^\circ$  ist, wobei  $\beta_0$  aus den Werten  $30^\circ, 90^\circ, 150^\circ, 210^\circ, 270^\circ, 330^\circ$  zu wählen ist. Für die Steuerfaktoren gilt dann:

$$X_1 = (\cos(\beta') / \sqrt{3} - \sin(\beta')) * U / U^{\wedge} \quad (7.4.4.15)$$

$$X_2 = (\cos(\beta') / \sqrt{3} + \sin(\beta')) * U / U^{\wedge}$$

Durch Anwendung der trigonometrischen Additionstheoreme folgt:

$$x_1 = 2/\sqrt{3} * \cos(\beta' + 30^\circ) * U / U^{\wedge} \quad (7.4.4.16)$$

$$x_2 = 2/\sqrt{3} * \cos(\beta' - 30^\circ) * U / U^{\wedge}$$

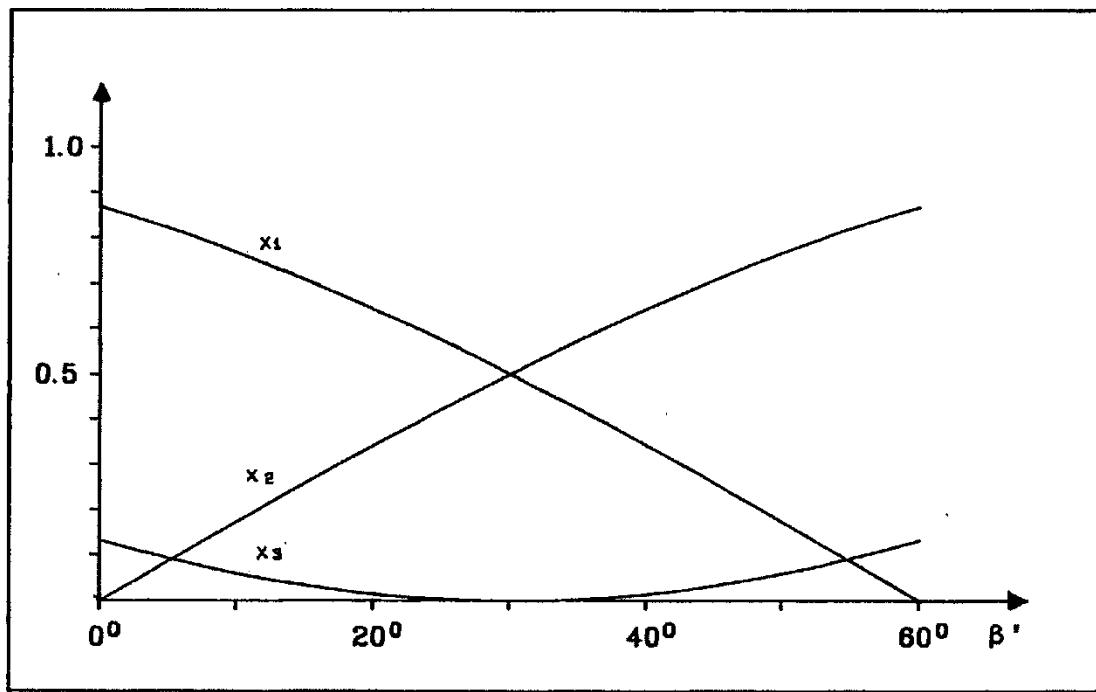


Bild 7.12 Abhängigkeit der Steuerfaktoren  $x_1$ ,  $x_2$  und  $x_3$  vom Winkel  $\beta'$

Die Berechnung nach c) oder d) besitzt gegenüber der Berechnung nach a) oder b) den Vorteil geringeren Rechenaufwands. Zudem sind hier die nichtlinearen Terme nur vom Winkel  $\beta'$  abhängig. Die obigen Gleichungen zeigen, daß man bei der Bestimmung der nichtlinearen Terme mit einer tabellierten Winkelfunktion auskommt.

**Bild 7.12** zeigt den Verlauf der Steuerfaktoren  $x_1$ ,  $x_2$  und  $x_3 = 1 - x_1 - x_2$  in Abhängigkeit vom Winkel  $\beta'$  des Spannungszeigers U, wobei ein Koordinatensystem nach a) bzw. c) zugrunde gelegt ist.

Der Betrag U des Spannungszeigers hat im dargestellten Fall den Wert  $U = \sqrt{3}/2 U^{\wedge}$ . Ebenfalls erkennbar ist die relativ geringe Abweichung der Kurven vom linearen Verlauf. Werden also geringe Anforderungen an die Genauigkeit gestellt, so können anstelle der Funktionen (7.4.4.13) die entsprechenden linearisierten Funktionen verwendet werden. Diese sind gegeben durch:

$$x_1 = \beta'/60^\circ * U/U^{\wedge} \quad (7.4.4.17)$$

$$x_2 = (1 - \beta'/60^\circ) * U/U^{\wedge}$$

Durch Einsetzen dieser Funktionen in die Gleichungen (7.4.4.8) folgt:

$$U_x = \beta'/60^\circ * U + (1 - \beta'/60^\circ) * 0,5 * U^{\wedge} \quad (7.4.4.18)$$

$$U_y = (1 - \beta'/60^\circ) * \sqrt{3} / 2 * U^{\wedge}$$

Hieraus wird ersichtlich, daß der Weg des Spannungspunktes in Abhängigkeit vom Winkel  $\beta'$  in diesem Fall eine Strecke ist, die dieselben Endpunkte hat wie der bei Verwendung

der exakten Formel entstehende 60°-Kreisbogen.

#### 7.4.5 VERGLEICH DER VERFAHREN

In einigen Arbeiten werden 1-Vektor-Verfahren und 2-Vektor-Verfahren beschrieben und im Labor verwirklicht und erprobt (z.B. /II SCHWARZ/. Das 3-Vektorverfahren findet sich in der benutzten Literatur zuerst bei ORLIK /8/).

Dem 1-Vektor-Verfahren und dem 2-Vektor-Verfahren haftet der Nachteil an, daß bei ihrer Verwendung ein vorgegebener Spannungszeiger nur mit einem mehr oder weniger großen Fehler erzeugt werden kann. Dieser Fehler bei der Spannungszeigersynthese bewirkt Fehler bei der Führung des Stromzeigers. Diese können nur dann klein gehalten werden, wenn die verwendete Taktfrequenz sehr groß ist.

Dagegen ist beim 3-Vektor-Verfahrens jeder Spannungszeiger innerhalb des Spannungsschlecks erzeugbar. Hieraus ergibt sich die Möglichkeit zur genauen und systematischen Führung des Stromzeigers. Abschließend lässt sich sagen, daß das 3-Vektor-Verfahren dem 1-Vektor-Verfahren und dem 2-Vektor-Verfahren unbedingt vorzuziehen ist.

#### 7.4.6 DER ZWISCHENKREISSTROM

Aus dem Schaltbild ist ersichtlich, daß der Zwischenkreisstrom  $i_{zk}$  betragsmäßig stets mit einem der drei Strangströme übereinstimmt. Dies kann durch den Ansatz:

$$i_{zk} = d_a * i_a + d_b * i_b + d_c * i_c$$

berücksichtigt werden. Die Faktoren  $d_a$ ,  $d_b$  und  $d_c$  nehmen dabei abhängig vom anliegenden Spannungszeiger die Werte 0 oder 1 an.

Einfacher als dieser Ansatz, der jedoch zum gleichen Resultat führt, ist die Berechnung des Zwischenkreisstroms über die Leistung. Die folgende Berechnung wird in nicht bezogenen Größen durchgeführt.

Die in den Stator eingespeiste elektrische Leistung ist nach (1.1.6.2) gegeben durch:

$$P = 3/2 * \text{Re}(u^* i^*)$$

Die vom Zwischenkreis abgegebene Leitung ist:

$$P = U_{zk} * i_{zk} \quad (7.4.6.1)$$

Daraus folgt:

$$\begin{aligned} i_{zk} &= 3/2 * \text{Re}(u^* i^*) / U_{zk} & 7.4.6.2) \\ i_{zk} &= \text{Re}(u / (2/3 * U_{zk}) * i^*) \end{aligned}$$

Der hier auftretende Zeiger  $u / (2/3 * U_{zk})$  hat -abgesehen vom Kurzschlußfall - den Betrag 1.

Der Ausdruck  $\text{Re}(u^* i^*)$  ist nun gleich dem Skalarprodukt der zugeordneten Vektoren  $u$  und  $i$ . Damit folgt:

$$i_{zk} = u / (2/3 * U_{zk}) \star i \quad (7.4.6.3)$$

Wichtig ist es hier zu untersuchen, wann ein negativer Zwischenkreisstrom auftritt.

Bei negativem Zwischenkreisstrom fließt dieser nämlich nicht über die Schaltelemente, sondern über die diesen parallelgeschalteten Freilaufdioden. Außerdem tritt eine momentane Leistungseinspeisung in den Zwischenkreis auf.

Gleichung (7.4.6.3) besagt nun, daß der Zwischenkreisstrom genau dann negativ ist, wenn der Winkel zwischen  $u$  und  $i$  betragsmäßig größer als  $90^\circ$  ist.

#### 7.4.7 POTENTIALE, SPANNUNGEN UND STRÖME BEI ANWENDUNG DES 3-VEKTOR-VERFAHRENS

Der Zeitverlauf der Klemmenpotentiale und der Spannungen wurde mit einem Computerprogramm berechnet. Dabei wurde von einem Drehfeld konstanter Winkelgeschwindigkeit und Amplitude ausgegangen. Die Rotordrehung wurde als zum Drehfeld synchron angenommen.

**Bild 7.13** zeigt den zeitlichen Verlauf des Klemmenpotentials für den ersten Strang. Die dargestellte Funktion ist das durch Pulsweitenmodulation entstandene Abbild eines der in Bild 7.4 dargestellten Potentialverläufe.

**Bild 7.14** zeigt den zeitlichen Verlauf der Strangspannung im ersten Strang.

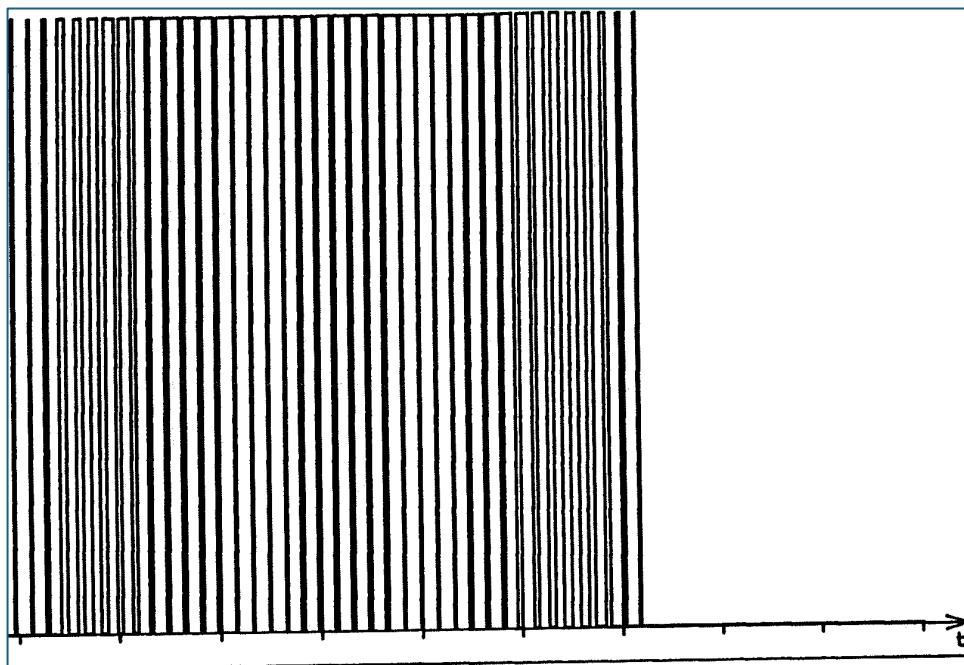
**Bild 7.15** zeigt den zeitlichen Verlauf der  $y$ -Komponente  $u_y$  des Spannungszeigers im statorfesten System. Die  $x$ -Komponente  $u_x$  ist mit der in Bild 7.14 gezeigten Strangspannung identisch. Die Tatsache, daß bei der  $x$ -Komponente zwei Pulshöhen auftreten, während bei der  $y$ -Komponente nur eine Pulshöhe auftritt, ergibt sich unmittelbar aus der Lage des Spannungszeigersechsecks.

Die **Bilder 7.16 und 7.17** zeigen schließlich den zeitlichen Verlauf der Komponenten des Spannungszeigers im d-q-System. Der Sollwert der Komponente  $u_a$  ist dabei Null.

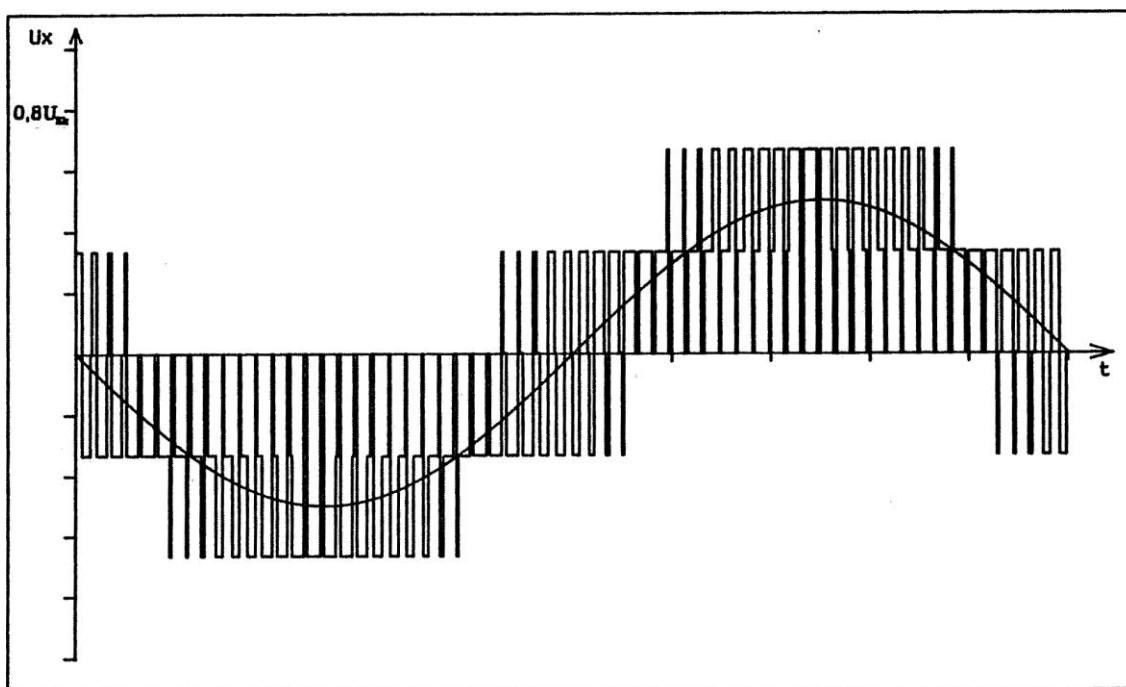
Die Zeitverläufe der Ströme wurden mit einem selbsterstellten Simulationsprogramm berechnet. Dabei wurde wie bei den gezeigten Spannungsverläufen ein konstantes Drehfeld vorgegeben. Dem Rotor wurde eine zum Drehfeld synchrone Anfangsgeschwindigkeit gegeben. Damit die Zeitverläufe nicht durch zusätzliche Polradpendelungen beeinflußt werden, wurde mit einem sehr großen Rotorträgheitsmoment gearbeitet. Die Simulation wurde in bezogenen Größen durchgeführt. Bild 7.18 zeigt den zeitlichen Verlauf der Komponenten des Stromzeigers im rotorfesten System bei der PWM-Taktzeit  $T_t = 0,5$ . Die Rotorwinkelgeschwindigkeit beträgt hier  $\omega = 0,314$ . Die PWM-Taktzeit wurde hier absichtlich sehr groß gewählt, damit die Stromschwankungen deutlich hervortreten. Bild 7.19 zeigt den zeitlichen Verlauf der Komponenten des Stromzeigers im rotorfesten

System bei der PWM-Taktzeit  $T_t = 0,1$ . Die Schwankungen des Stroms sind hier sehr gering. Das System verhält sich bei der angegebenen PWM-Taktzeit praktisch so, als ob kontinuierliche Strangspannungen vorlägen.

Die **Bilder 7.20 und 7.21** zeigen den zeitlichen Verlauf des Zwischenkreisstroms  $i_{zk}$  bei  $T_t = 0,5$  und  $T_t = 0,1$ . Der Zwischenkreis muß so ausgelegt sein, daß die hier gezeigten Stromverläufe wenigstens näherungsweise möglich sind.



*Bild 7.13 Potentialverlauf beim 3-Vektorverfahren*



*Bild 7.14 Strangspannungsverlauf beim 3-Vektor-Verfahren*

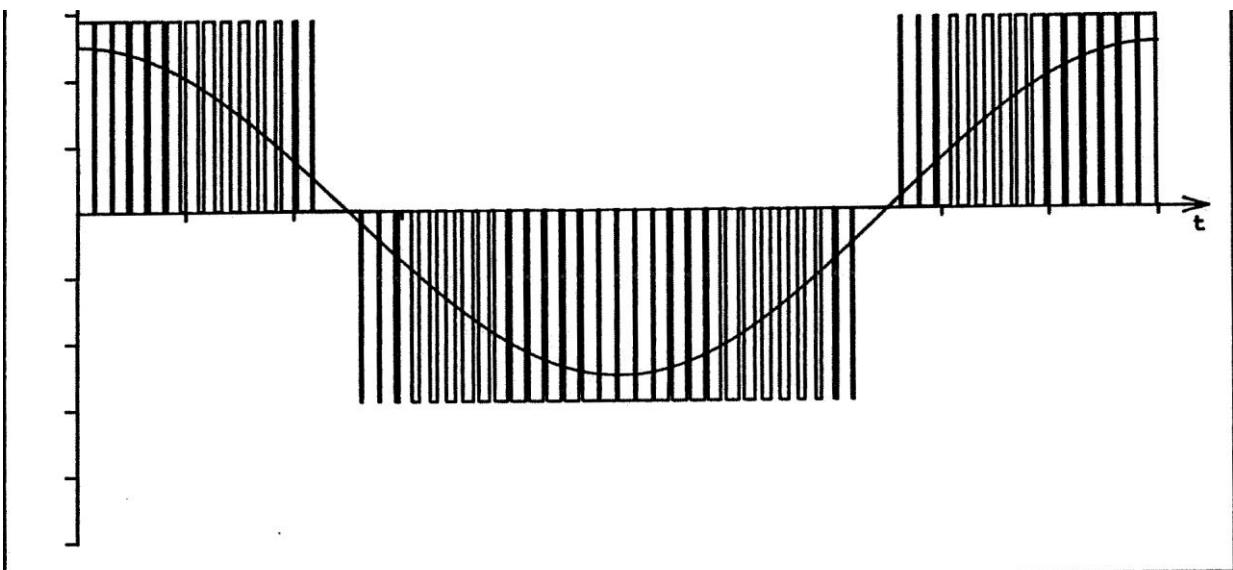


Bild 7.15 Zeitlicher Verlauf von  $U_y$  beim 3-Vektor-Verfahren

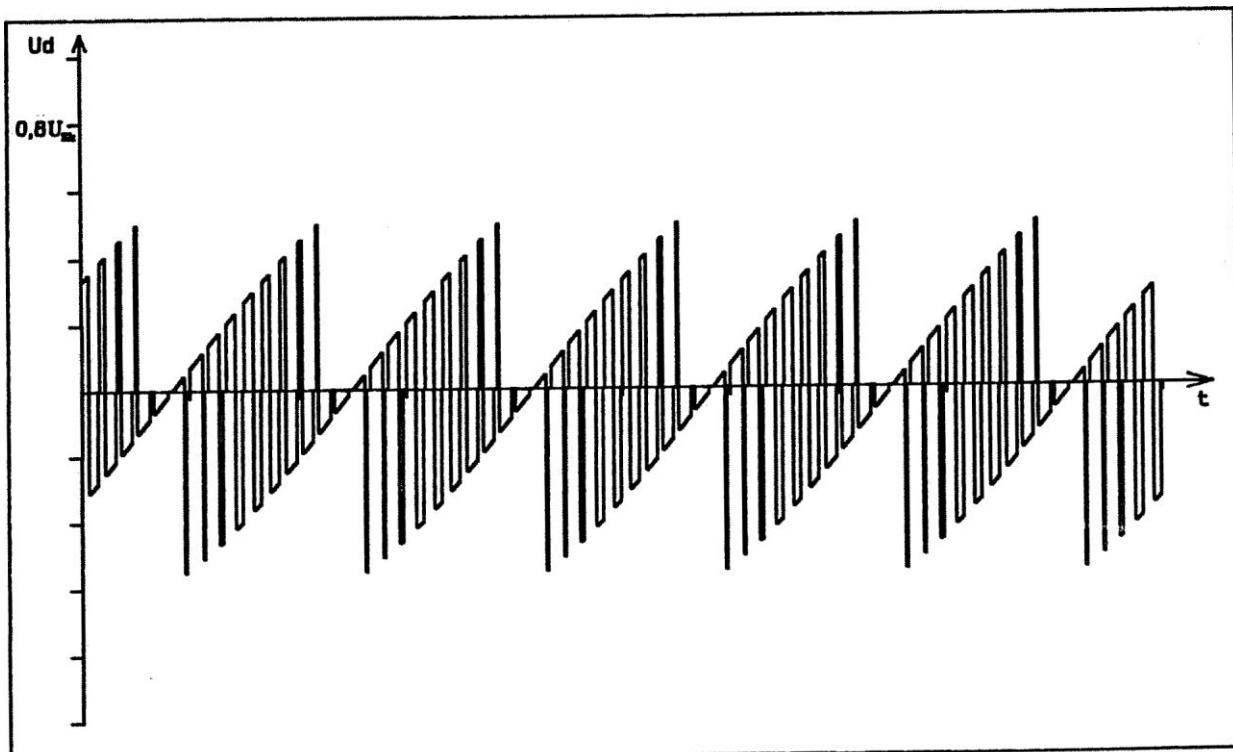


Bild 7.16 Zeitlicher Verlauf von  $U_d$  beim 3-Vektor-Verfahren

Bild 7.17 Zeitlicher Verlauf von  $u$ , beim 3-Vektor-Verfahren

Bild 7.18 Zeitlicher Verlauf von  $i_d$  und  $i_q$  beim 3-Vektor-Verfahren mit bezogener Pulsmodulationstaktzeit  $T = 0,5$

Bild 7.20 Zeitlicher Verlauf von  $i_{zk}$  beim 3-Vektor-Verfahren mit bezogener Pulsmodulationstaktzeit  $T = 0,5$

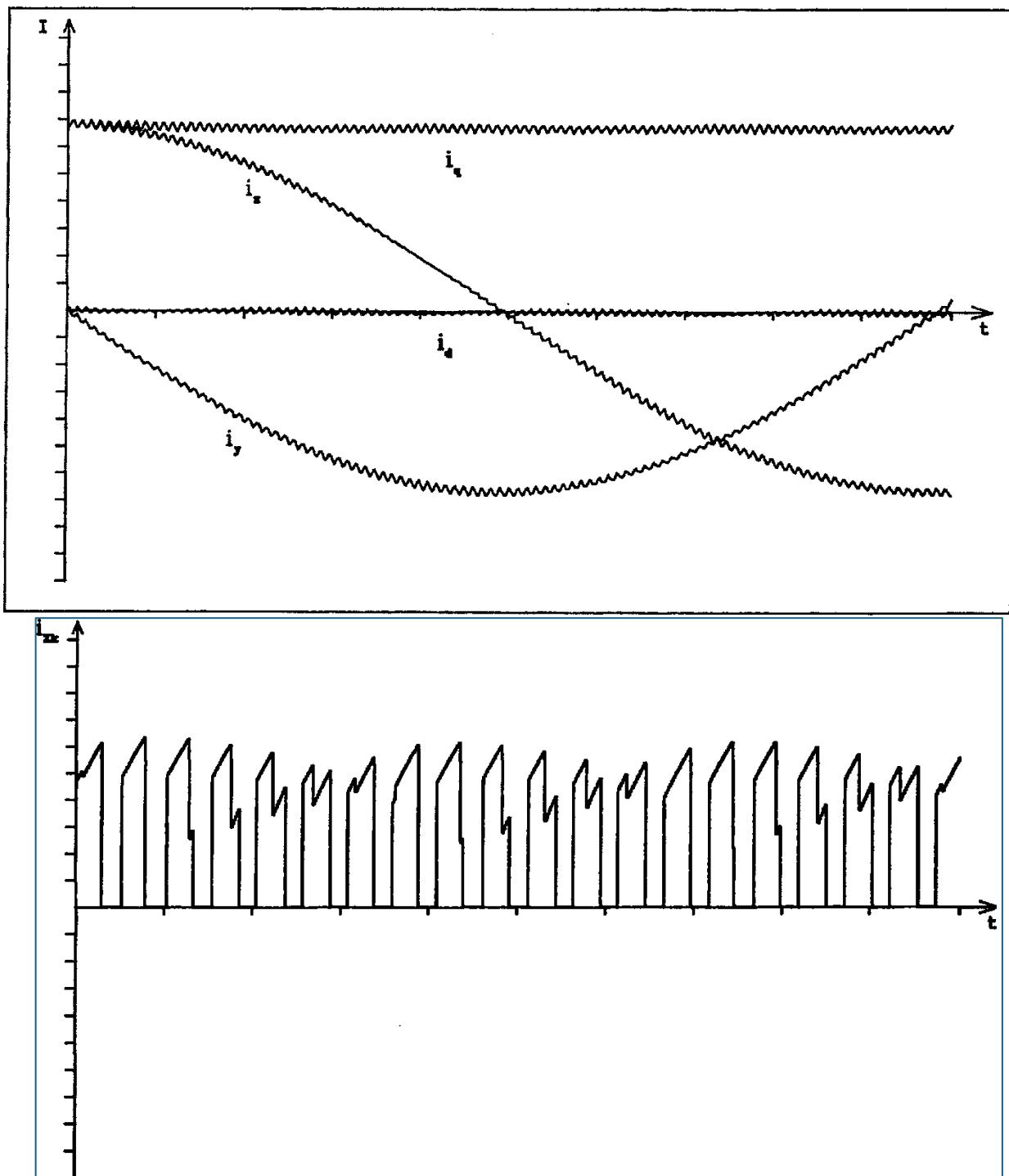


Bild 7.20 Zeitlicher Verlauf von  $i_{zk}$  beim 3-Vektor-Verfahren  
mit bezogener Pulsmodulationstaktzeit  $T = 0,5$

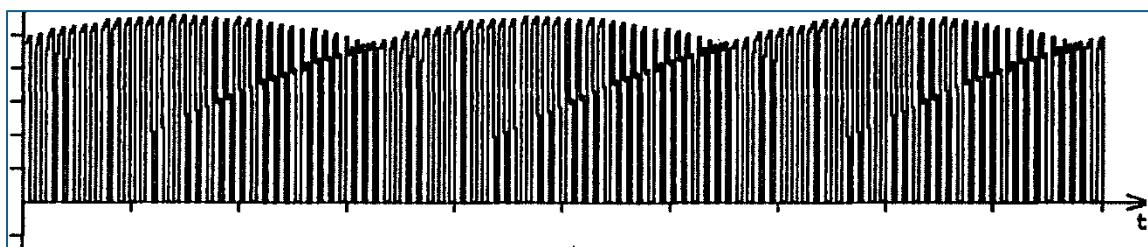


Bild 7.21 Zeitlicher Verlauf von  $i_{z_k}$  beim 3-Vektor-Verfahren  
mit bezogener Pulsmodulationstaktzeit  $T = 0,1$

#### 7.4.8 DER EINFLUSS DER ZWISCHENKREISSPANNUNG

Die Höhe der Zwischenkreisspannung  $U_{zk}$  hat nur geringen Einfluß auf die Welligkeit der Strangströme. Allerdings muß berücksichtigt werden, daß die Höhe von  $U_{zk}$  in Verbindung mit der Stufung der Taktzeit der Pulsbreitenmodulation die Güte der Spannungszeigersynthese beeinflußt. Die Anzahl der Stufen, in die die Taktzeit  $T$  aufgelöst wird, sei mit  $N$  bezeichnet.

Um bei zwei verschiedenen Zwischenkreisspannungen  $U_{zk1}$  und  $U_{zk2}$  die gleiche Güte der Spannungszeigersynthese zu erzielen, muß für die zugehörigen Stufenzahlen  $N1$  und  $N2$  gelten :

$$U_{zk1}/N1 = U_{zk2}/N2 \quad (7.4.8.1)$$

Großen Einfluß hat dagegen die Zwischenkreisspannung auf die Dynamik des Systems. Entscheidend ist hier die maximal erzielbare Anstiegsgeschwindigkeit  $di/dt$  des Statorstrombetrags.

Diese ist bei  $i = 0$  in nicht bezogenen Größen gegeben durch:

$$di/dt = U_{zk}/T_{el} \quad (7.4.8.2)$$

Um die bei vergrößertem  $U_{zk}$  vorhandene Dynamik voll nutzen zu können, ist eine entsprechend kleinere Taktzeit  $T_R$  der Regelung oder Steuerung erforderlich.

Der ausgehend vom stromlosen Zustand  $i = 0$  bei Vollaussteuerung nach der Zeit  $T_R$  vorhandene Statorstrombetrag  $i(T_R)$  ist für  $T_R \ll T_{el}$  :

$$i(T_R) = U_{zk} / T_{el} * T_R \quad (7.4.8.3)$$

Soll dieser Wert gleich bleiben, so muß für die bei den zwei verschiedenen Zwischenkreisspannungen  $U_{zk1}$  und  $U_{zk2}$  verwendeten Regeltaktzeiten  $T_{R1}$  und  $T_{R2}$  gelten:

$$U_{zk1} * T_{R1} = U_{zk2} * T_{R2} \quad (7.4.8.4)$$

### 7.5 MOMENTENWELLIGKEIT BEI VERWENDUNG DES 3-VEKTORVERFAHRENS

#### 7.5.1 ABHÄNGIGKEIT DER MOMENTENWELLIGKEIT VON DER TAKTZEIT

Die Synthese eines Spannungszeigers aus diskreten Spannungszeigern nach dem 3-Vektorverfahren bewirkt eine von der verwendeten Taktfrequenz abhängige Störung des Weges des Stromzeigers. Auch bei einer optimalen Regelung treten hier

"Zickzackbewegungen" des Stromzeigers auf, die zu einer Welligkeit des von der Maschine erzeugten Moments  $m_{el}$  führen.

Diese Welligkeit des Moments nimmt mit der verwendeten Taktzeit  $T$  zu. Die Welligkeit des Moments beeinflußt die mechanischen Größen Drehwinkel, Drehzahl und Winkelbeschleunigung des Systems.

Eine Welligkeit konstanter Amplitude bewirkt dabei bei geringer Frequenz eine größere Schwankung der mechanischen Größen als eine hohe Frequenz, bei der die Störungen durch das Trägheitsmoment des Systems stark gedämpft werden. Die Beeinflussung der mechanischen Größen durch die Momentenwelligkeit soll nun untersucht werden.

Im folgenden wird die Abhängigkeit der Amplitude A der Momentenwelligkeit von der Taktzeit T der Spannungszeigersynthese näher untersucht. Dabei wird dabei hier nur der Fall des Rotorstillstands betrachtet.

Für den Momentenverlauf wird dabei der folgende Ansatz gemacht:

$$m_{el} = m_{el0} + \Delta m_{el}(t) \quad (7.5.1.1)$$

Hierin ist  $m_{el0}$  der Mittelwert des Moments, während  $\Delta m_{el}$  die überlagerte Momentenschwankung ist.

## 7.5.2 MOMENTENWELLIGKEIT BEI ROTORSTILLSTAND

Bei Rotorstillstand ist die Bewegungsgleichung des Stromzeigers im statorfesten System gegeben durch:

$$i(t) = e^{-\frac{R}{L}t} i(0) + (1 - e^{-\frac{R}{L}t}) u \quad (7.5.2.1)$$

Wie bereits früher ausgeführt, bewegt sich der Strompunkt im bezogenen Größensystem auf der Verbindungsstrecke vom Punkt  $i(0)$  zum Punkt  $u$  hin.

Setzt man einen idealen Regler voraus, der ein konstantes Moment liefert, so erreicht der Strompunkt zur Zeit T wieder den Stromsollwert  $i(0)$ :

$$i(T) = i(0) \quad (7.5.2.2)$$

Der Strompunkt bewegt sich also auf einem Dreieck, dessen eine Ecke der Stromsollpunkt  $i(0)$  ist.

Dieser Sachverhalt ist in Bild 7.22 dargestellt. Zusätzlich ist dort strichliert der Weg des Stromzeigers eingezeichnet, der sich ergibt, wenn die Reihenfolge der verwendeten Spannungszeiger umgedreht wird.

Es wird deutlich, daß bei Vertauschung der Spannungszeigerfolge nicht nur die Schaltfrequenz der Transistoren reduziert wird, sondern auch erreicht wird, daß der Mittelwert des erzeugten Moments gleich dem vom Stromsollwert erzeugten Moment ist.

Allerdings wird hierdurch - wie Bild 7.22 ebenfalls zeigt - eine Verdoppelung der Größe der Momentenschwankung bewirkt.

Es wird nun untersucht, bei welcher Konstellation die größte Abweichung des Strompunkts vom Stromsollpunkt auftritt. Dies ist offenbar dann der Fall, wenn nur zwei Spannungszeiger an der Spannungserzeugung beteiligt sind.

Das Dreieck entartet dann zu einer Strecke, die vom Strompunkt vorwärts und rückwärts

durchlaufen wird.

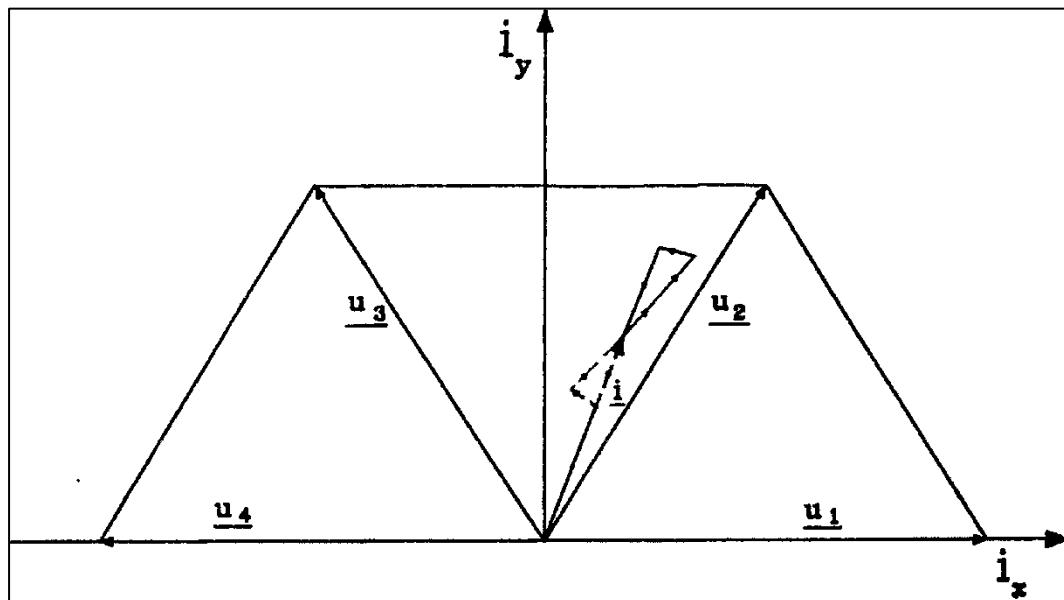


Bild 7.22 Weg des Stromzeigers bei Rotorstillstand

Es wird nun die Kombination eines Spannungszeigers mit dem Nullzeiger betrachtet.

Da sich das Problem nun eindimensional darstellt, kann von den Vektoren zu den Beträgen derselben übergegangen werden.

Wir betrachten nun den Fall  $i = i(0) = u/2$ .

Sind  $t_1$  und  $t_2$  die Zeiten, während derer die Spannungszeiger geschaltet sind, so muß, damit der Spannungszeiger konstant bleibt, gelten:

$$t_1 = t_2 = T/2$$

Durch Einsetzen des Wertes von  $t_1$  in Gleichung (7.5.2.1) folgt nun:

$$i(t_1) = e^{-T/2}i + (1-e^{-T/2})u \quad (7.5.2.3)$$

Der Maximalwert A der Abweichung ist somit gegeben durch:

$$\begin{aligned} A &= i(t_1) - i = (e^{-T/2}-1)i + (1-e^{-T/2})u \\ A &= (e^{-T/2}-1)u/2 + (1-e^{-T/2})u \\ A &= (1-e^{-T/2})u/2 \end{aligned} \quad (7.5.2.4)$$

Im allgemeinen Fall gilt:  $t_1 = i/u * T$

Daraus folgt:

$$\begin{aligned} A &= i(t_1) - i = (e^{-i*T/u} - 1)i + (1 - e^{-i*T/u})u \\ A &= (1 - e^{-1*T/u}) * (u - i) \end{aligned}$$

Macht man hier den Näherungsansatz  $1 - e^{-t} \approx t$ , was für  $t \ll 1$  zulässig ist, so erhält man:

$$A = i*T/u * (u - i) = i*T * (1 - i/u) \quad (7.5.2.5)$$

Das Maximum von A in Abhängigkeit von i lässt sich mit den Mitteln der Differentialrechnung bestimmen:

$$dA/di = T/u * (u - 2i) \quad (7.5.2.6)$$

Das Maximum  $A_{\max}$  wird also bei  $i = u/2$  angenommen und hat den in (7.5.2.4) genannten Wert. Die Funktion  $A(i)$  ist symmetrisch bezüglich  $u/2$ .

Unter Verwendung des Näherungsansatzes ergeben sich die folgenden Werte:

$$A_{\max} = A(U_{\max}/2) = T * U_{\max}/4 \quad (7.5.2.7)$$

$$A(u/4) = A(3 * U_{\max}/4) = T * U_{\max} * 3/16$$

Es lässt sich nun der Wert

$$A_{\max \text{ rel}} = A_{\max} / I_{\max} \quad (7.5.2.8)$$

definieren.

Dieser relative "Stromfehler" ist zur Beurteilung der Güte der Spannungszeigersynthese geeignet. Unter Benutzung des Näherungsansatzes gilt:

Unter Benutzung des Näherungsansatzes gilt:

$$A_{\max \text{ rel}} = T * U_{\max} / (4 * I_{\max}) \quad (7.5.2.9)$$

### 7.5.3 Auswirkung der Momentenwelligkeit auf die mechanischen Größen

Die durch Anwendung des 3-Vektorverfahrens hervorgerufenen Momentenschwankungen sind i.A. nicht sinusförmig. Um eine analytische Berechnung zu ermöglichen, wird im folgenden dennoch eine sinusförmige Momentenschwankung zugrunde gelegt.

Der Momentenverlauf sei gegeben durch:

$$m_{el} = m_0 + \Delta m * \sin(\omega * t) \quad (7.5.3.1)$$

Dabei ist  $\omega = 2 * \pi * f_r = 2 * \pi / T$  die Kreisfrequenz der Welligkeit und  $\Delta m$  die Amplitude.

Die mechanische Gleichung des Systems lautet:

$$J * d\omega / dt = m_{el} - m_i \quad (7.5.3.2)$$

, wobei  $m_i$  das Lastmoment und  $J$  das Trägheitsmoment ist.

Durch Einsetzen von (7.5.3.1) folgt:

$$d\omega / dt = 1/J * (m_0 + \Delta m * \sin(\omega * t) - m_i) \quad (7.5.3.3)$$

Durch Integration ergibt sich hieraus:

$$\omega = \omega_0 + 1/J * (m_0 - m_i) * t - \Delta m / (J * \omega) * \cos(\omega * t) \quad (7.5.3.4)$$

Es wird nun der Maximalwert der Abweichung der Drehzahl  $\omega$  vom ungestörten Verlauf betrachtet. Dieser wird mit  $\Delta\omega$  bezeichnet. Es ergibt sich:

$$\Delta\omega = \Delta m / (J * \omega_T) = \Delta m * T / (J * 2\pi) \quad (7.5.3.5)$$

Durch nochmalige Integration folgt aus (7.5.3.4):

$$\varphi = \varphi_0 + \omega_0 * t + 1/(2 * J) * (m_0 - m_{last}) * t^2 - \Delta m / (J * \omega_r^2) * \sin(\omega_r * t)$$

Der Maximalwert  $\Delta\varphi$  der Winkelabweichung vom ungestörten Verlauf ist hier gegeben durch;

$$\Delta\varphi = \Delta m / (J * \omega_T^2) = \Delta m * T^2 / (J * 4\pi^2) \quad (7.5.3.6)$$

Mit (7.5.2.7) folgt:

$$\Delta m = k_{mom} \cdot A_{max} = k_{mom} \cdot T \cdot U_{max} / 4$$

Hieraus erhält man:

$$\Delta \omega = k_{mom} \cdot T^2 \cdot U_{max} / (8 \pi J) \quad (7.5.3.7)$$

Für die Schwankungsamplitude des Rotorwinkels ergibt sich:

$$\Delta \varphi = k_{mom} \cdot T^2 \cdot U_{max} / (16 \pi^2 J) \quad (7.5.3.8)$$

Bei Verwendung eines idealen Drehzahlreglers ist also die infolge des Spannungserzeugungsverfahrens unvermeidbare Welligkeit der Drehzahl proportional zum Quadrat der verwendeten Taktzeit.

Bei Verwendung eines idealen Lagereglers ist die unvermeidbare Schwankungsamplitude des Rotorwinkels sogar proportional zur dritten Potenz der verwendeten Taktzeit.

Die verwendete Taktzeit besitzt also eine große Bedeutung für die erzielbare Güte der Regelung.

Durch die Beziehungen 7.5.3.7 und 7.5.3.8 sind absolute untere Grenzen für die bei Verwendung von idealen Reglern erzielbare Drehzahlkonstanz und Rotorwinkelkonstanz gegeben.

Die tatsächlich erreichbaren Werte werden abhängig von der verwendeten Regeltaktzeit erheblich über diesen Werten liegen. Durch die Beziehung 7.5.3.8 wird eine obere Grenze für die noch sinnvolle Winkelauflösung eines zu verwendenden Lageerfassungssystems gegeben. Um störende Anregungen des Reglers zu vermeiden, kann es sogar sinnvoll sein, die Winkelauflösung eines gegebenen Lageerfassungssystems nachträglich auf einen geeigneten Wert zu begrenzen.

## 8. PM-SYNCHRONMASCHINE - WERKSTOFFE UND BAUFORMEN

### 8.1 Magnetwerkstoffe

Als Magnetmaterialien stehen für den Bau von permanentmagnetisch erregten Synchronmaschinen die folgenden Materialien zur Verfügung:

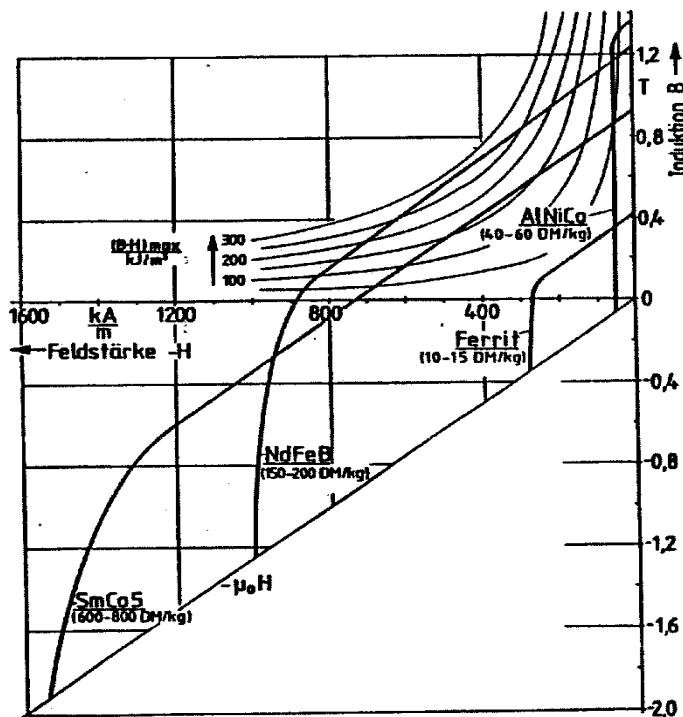
1. NeBFe (Neodym-Bor-Eisen),
2. SmCO<sub>6</sub> (Samarium-Cobalt),
- 3: Ferritwerkstoffe und
4. ÄlNiCo (Aluminium-Nickel-Kobalt)

Da bei ÄlNiCo-Werkstoffen bereits kleine Gegenfelder eine bleibende Entmagnetisierung hervorrufen, sind sie trotz hoher Remanenzinduktion für den Einsatz in der permanenterregten Synchronmaschine ungeeignet.

Bild 8.1 zeigt die Entmagnetisierungskennlinien von NdFeB, SmCO<sub>6</sub> und Ferrit im Vergleich (nach /5 HENNEBERGER/).

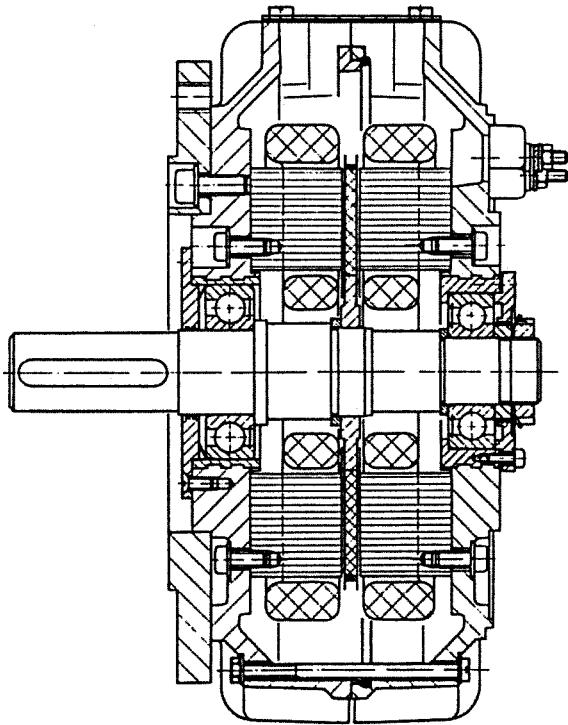
Es wird deutlich, daß die Selten-Erden-Magnete wesentlich günstigere magnetische Eigenschaften (hohe Remanenzinduktion, hohe Koerzitivfeldstärke) besitzen als Ferrite, was sie für den Einsatz in permanenterregten Synchronmaschinen besonders geeignet macht. Dem Einsatz der Selten-Erden-Magnete stehen die hohen Kosten dieser Materialien entgegen, die den Einsatz nur in hochausgenutzten Maschinen rechtfertigen.

Tabelle 8.1 zeigt die Kennwerte der Magnetmaterialien (nach /8 ORLIK/). Der geringe spezifische Widerstand von SmCOa und NdBF ist ungünstig, da er die Entstehung von Wirbelströmen zuläßt. Hier wird konstruktiv Abhilfe geschaffen, indem die Magnete aus mehreren Einzelmagneten aufgebaut werden, die durch Klebung mit nichtleitendem Mate-



rial gegeneinander isoliert werden /8 ORLIK/.

*Bild 8.1 Entmagnetisierungskennlinien einiger Magnetmaterialien (entnommen aus /5 Henneberger/)*



*Bild 8.2 Schnittbild eines permanentmagnetisch erregten Synchronmotors*

		Ferrit	SmCO <sub>3</sub>	Nd-B-Fe
rel. Permeabilität	--	1,05	1,05	1,05
Remanenzinduktion B	[T]	0,35	0,95	1,25
Koerzitivfeldstärke Hc	[kA/m]	265	710	860
spez. Widerstand	[ Ohm cm]	>10 <sup>6</sup>	5*10 <sup>-5</sup>	15*10 <sup>-5</sup>

*Tabelle 8.1 Kennwerte von Hochenergie-Permanentmagneten*

## 8.2 MOTORBAUFORMEN

Permanentmagnetisch erregte Synchronmotoren werden als Stabläufer- und als Scheibenläufermotoren gebaut. Diese Bauformen erfüllen besonders gut die Forderung nach geringem Trägheitsmoment des Rotors. Dabei werden Stabläufermotoren häufig für Maschinenantriebe verwendet, während für Roboterantriebe Scheibenläufermotoren bevorzugt werden.

Das Motorgehäuse besteht i.A. aus Druckgußmaterial.

Bei Scheibenläufermotoren besteht der Rotor aus faserverstärktem Kunststoff, in den die Magneten eingebettet sind. Wichtig ist hier, daß der Luftspalt zwischen Rotor und Stator

so klein wie möglich gehalten wird. **Bild 8.2** zeigt das Schnittbild des permanentmagnetisch erregten Motors SE 718 der Fa. Mavilor (aus /12/).

## A.1 BEZEICHNUNGEN

Komplexe Werte und Größen werden durch Unterstreichung gekennzeichnet.

Die zu  $x$  konjugiert komplexe Zahl wird mit  $x^*$  bezeichnet.

Mit  $\text{Im}(x)$  und  $\text{Re}(x)$  werden Imaginärteil und Realteil der komplexen Größe  $x$  bezeichnet.

Der Betrag von  $x$  wird mit  $|x|$  oder  $x$  bezeichnet. Mit  $\arg(x)$  wird das Argument  $\arctan(\text{Im}(x)/\text{Re}(x))$  bezeichnet. Matrizen und Vektoren werden durch **Fettdruck** gekennzeichnet. Die transponierte Matrix zur Matrix  $A$  wird mit  $A^T$  bezeichnet. Die Determinante der Matrix  $A$  wird mit  $\det(A)$  bezeichnet.

## A.2 VERWENDETE FORMELZEICHEN

$B$	magnetische Induktion
$H$	magnetische Feldstärke
$\Theta$	magnetischer Fluß
$L$	Induktivität
$R$	ohmscher Widerstand
$Z$	Impedanz
$i, I$	Strom
$j$	Stromzeiger
$u, U$	Spannung
$U_{zk}$	Zwischenkreisspannung
$U, U_{max}$	Inkreisradius des Spannungszeigersechsecks
$\underline{u}$	Spannungszeiger
$V$	Potential
$Z_p$	Polpaarzahl
$\Phi$	Rotorwinkel
$t, T$	Zeit, Zeitdauer
$T_{el}$	elektrische Zeitkonstante
$\omega$	Winkelgeschwindigkeit des Rotors
$P$	Leistung
$m$	Drehmoment
$m_l$	Lastdrehmoment
$m_{el}$	elektrisch erzeugtes Moment
$J$	Trägheitsmoment von Rotor und Last
$k_{emk}$	EMK-Konstante des Motors
$k_{mom}$	Momentenkonstante des Motors

## **ANHANG B: UMRECHNUNG DER KONSTANTEN DES MOTORS MAVILOR SE 718 IN BEZOGENE GRÖßen**

### **B.1 UMRECHNUNGFORMELN FÜR DIE HERSTELLERANGABEN**

Da der Sternpunkt der Maschine für Messungen nicht zugänglich ist, sind die vom Hersteller angegebenen Größen stets zwischen zwei Motorklemmen gemessen worden.

Die vom Hersteller angegebenen Größen werden deshalb hier mit dem tiefgestellten Index H versehen, um sie von den auf den Strang bezogenen Größen, die hier mit dem tiefgestellten Index S versehen werden, zu unterscheiden.

Bei den Größen kann ferner unterschieden werden zwischen auf die mechanische Drehzahl Wiecu und auf die elektrische Drehzahl  $\omega_e$  bezogenen Größen.

Im folgenden werden für die einzelnen vom Hersteller angegebenen Größen die Umrechnungsformeln angegeben:

1. Wicklungswiderstand  $R_h$  gemessen zwischen zwei Maschinenklemmen bei 80 Grad Celsius. Also gilt für den Strangwiderstand:

$$R_s = R_h/2 \quad (\text{B.1.1})$$

2. Wicklungsinduktivität  $L_h$ . Gemessen zwischen zwei Maschinenklemmen bei einer Frequenz von 1 kHz. Also gilt für die Stranginduktivität:

$$L_s = L_h/2 \quad (\text{B.1.2})$$

3. Spannungen  $U_h$

Effektivwert gemessen zwischen zwei Klemmen bei sinusförmiger Ansteuerung.

Unter der Annahme eines sinusförmigen Verlaufs und einer Phasenverschiebung von  $2/3\pi$  erhält man für den Effektivwert:

$$U_{s,\text{eff}} = U_h/\sqrt{3} \quad (\text{B.1.3})$$

Daraus folgt:

$$U_{s,\text{amp}} = U_h \sqrt{3/2} \quad (\text{B.1.4})$$

4. Ströme  $I_h$

Effektivwert des Phasenstroms bei sinusförmiger Ansteuerung.

$$I_{s,\text{AMP}} = I_h * / \sqrt{2} \quad (\text{B.1.5})$$

5. EMK-Konstante  $k_{EMK} h$

Quotient aus zwischen zwei Klemmen induzierter Spannung  $E_h$  und mechanischer Drehzahl  $w_{\text{mech}}$  (in rad/s), wenn der Motor als Generator betrieben wird.

$$k_{EMK} h = E_h / w_{\text{mech}} \quad (\text{B.1.6})$$

Mit (B.1.4) erhält man:

$$k_{EMK \text{ eff mech}} = k_{EMK} h / \sqrt{3} \quad (\text{B.1.7})$$

Bezieht man die EMK-Konstante auf die elektrische Drehzahl  $\omega_e$ , so ergibt sich:

$$k_{EMK \text{ eff el}} = k_{EMK \text{ eff mech}} / Z_p = k_{EMK H} / (\sqrt{3} * Z_p) \quad (B.1.8)$$

Durch Umrechnung auf Amplitudenwerte folgt:

$$k_{EMK \text{ amp el}} = k_{EMK \text{ eff el}} * \sqrt{2} / 2 - k_{EMK H} / (\sqrt{3/2} * Z_p) \quad (B.1.9)$$

## 6. Drehmomentkonstante Rmom b

Quotient zwischen Drehmoment mei und Effektivwert  $I_h$  des Stroms einer Phase bei sinusförmiger Ansteuerung und dem Lastwinkel  $0^\circ$ . Reibungs-, Eisen- und Zusatzverluste sind hierbei nicht berücksichtigt.

$$K_{\omega 0} \text{ mh} = m_e l / I_h \quad (B.1.10)$$

Hieraus folgt mit (B.1.5):

$$k_{MOM S \text{ aap}} = k_{MOM H} / 2 \quad (B.1.11)$$

## 7. Motorkonstante Kh

$$Kh = k_t m k_h * k_{\omega 0} m_h / R_h \quad (B.1.12)$$

Die Motorkonstante hat die Einheit Nm/(rad/s).

Die Motorkonstante kann interpretiert werden als das Verhältnis zwischen dem vom Motor erzeugten Bremsmoment und der Rotorwinkelgeschwindigkeit bei kurzgeschlossenen Motorklemmen. Dies gilt nur für Rotorgeschwindigkeiten, bei denen die Induktivität des Stators gegenüber seinem Widerstand zu vernachlässigen ist.

Für die umgerechnete Motorkonstante K ergibt sich also:

$$\begin{aligned} K &= k_{EMK \text{ amp el}} * k_{MOM H} / R_s \\ K &= (k_{EMK H} / (3/2) * Z_p) * k_{MOM H} / (R_h / 2) \\ K &= 2 * k_{EMK H} * k_{MOM H} / (R_h * 3 * Z_p) \end{aligned} \quad (B.1.13)$$

## 8. Mechanische Zeitkonstante Ta

$$Ta = K / J \quad (B.1.14)$$

Dabei ist J das Trägheitsmoment des Rotors.

Ta ist die Zeit, in der bei Kurzschlußbetrieb die Winkelgeschwindigkeit  $\omega$  vom Anfangswert  $\omega_0$  auf den Wert  $\omega_e$  abgeklungen ist.

## 9. Elektrische Zeitkonstante Tel

$$T_{el H} = L / R \quad (B.1.15)$$

Sie charakterisiert den Stromanstieg oder -abfall bei einer sprungartigen Spannungssänderung.

Es gilt:  $T_{el S} = T_{el H}$

## B.2 HERSTELLERANGABEN ZUM MOTOR

Die folgenden Angaben zum Motor Mavilor SE 718 sind dem Datenblatt der Herstellerfirma /12/ entnommen:

Nenndrehzahl	$n_{\text{mech nenn}}$	=	3000 U/min = 50 U/sec
Polpaarzahl	$Z_p$	=	4
Trägheitsmoment	$J$	=	$0,4 \cdot 10^{-3} \text{ kg m}^2$
mech. Zeitkonstante	$T_{\text{mech H}}$	=	3,9 msec
Drehmomentkonstante	$k_{\text{MOM H}}$	=	0,71 Nm/A
EMK-Konstante	$k_{\text{EMK H}}$	=	0,41 Vs/rad
Wicklungswiderstand	$R_H$	=	2,8 Ohm
Wicklungsind.	$L_H$	=	8 mH
el. Zeitkonstante	$T_{\text{el H}}$	=	2,8 msec
Motorkonstante	$K_h$	=	$0,1 \text{ N}^2 \text{ m}^2 / \text{W}$
<b>Maximalwerte:</b>			
maximale Drehzahl	$n_{\text{mech max}}$	=	6000 U/min = 100 U/sec
Dauerstrom(max)	$I_{D H}$	=	5,9 A
Impulsstrom(max)	$I_{I H}$	=	49 A

## B.3 UMGERECHNETE PARAMETER DES MOTORS

Die gemäß Abschnitt 1 umgerechneten Parameter des Motors SE 718 sind in der folgenden Übersicht zusammengestellt.

Mit dem berechneten Wert für  $k_{\text{EMK amp el}}$  kann nun die Momentenkonstante

$k_{\text{MOM}} = k_{\text{Ms amp}}$  nach der Beziehung (1.2.7.6) berechnet werden:  $k_{\text{MOM}} = 3/2 * Z_p * k_{\text{EMK}}$

Durch Einsetzen folgt:

$$k_{\text{MOM}} = 3/2 * 4 * 0,084 \text{ Vs/rad} = 0,504 \text{ Nm/A}$$

Der so berechnete Wert stimmt mit dem durch Umrechnung der Herstellerangabe gemäß (B.1.11) gewonnenen Wert überein

Drehmomentkonstante	$K_{\text{mom,amp}}$	= 0,50 Nm/A
EMK-Konstante	$K_{\text{emk,amp}}$	= 0,084 Vs/rad
Strangwiderstand	$R_s$	= 1,4 Ohm
Stranginduktivität	$L_s$	= 4 mH
Trägheitsmoment	$J_{\text{el}}$	$0,1 * 10^{-3} \text{ kgm}^2$
Motorkonstante	$K$	$0,03 \text{ N}^2 \text{ m}^2 / \text{W}$
elektrische Zeitkonstante Zeit-	$T_{\text{el}}$	= 2,8 ms
mechanische Zeitkonstante	$T_{\text{mech}}$	= 3,32 ms
maximale Drehzahl	$n_{\text{el, max}}$	= 400 U/s
max. Winkelgeschw.	$\omega_{\text{el, max}}$	= 2513 rad/s

Dauerstrom(max)	$I_{DS\ anp}$	= 8,3 A
Impulsstrom(max)	$I_{IS\ amp}$	= 69 A

## B.4 UMRECHNUNG DER STRANGGRÖßen IN BEZOGENE GRÖßen

Bei Betrachtung des Gesamtsystems bestehend aus Motor und Pulswechselrichter darf der Leitwiderstand  $R_{on}$  der MOS-FET's nicht vernachlässigt werden.

Er hat bei den hier benutzten MOS-FET's BUZ 382 den Wert  $R_{on} = 0,40$  Ohm.

Dieser Widerstand  $R_{on}$  kann dem Strangwiderstand  $R_s$  zugeschlagen werden. Für die folgenden Berechnungen wird deshalb anstelle des Widerstands  $R_s$  der Widerstand  $R'_s$  verwendet:

$$R'_s = R_s + R_{on} = 1,4 + 0,4 \text{ Ohm} = 1,8 \text{ Ohm} \quad (\text{B.4.1})$$

Für die in Kapitel 2 definierten Bezugsgrößen ergeben sich also die folgenden Werte:

$$\omega_0 = R'_s / L_s = 1,8 \text{ Ohm} / 4 \text{ mH} = 450 \text{ rad/s} \quad (\text{B.4.2})$$

$$U_0 = k_{EMK\ amp\ el} * \omega_0$$

$$U_0 = 0,084 \text{ Vs/rad} * 450 \text{ rad/s} = 37,8 \text{ V} \quad (\text{B.4.3})$$

$$I_0 = k_{EMK\ amp\ el} / L_s$$

$$I_0 = 0,084 \text{ Vs/rad} / 4 \text{ mH} = 21 \text{ A} \quad (\text{B.4.4})$$

Damit erhält man folgende bezogene Maximalwerte:

$$\omega_{max\ bez} = 2513 \text{ rad*s}^{-1} / 450 \text{ rad*s}^{-1} = 5,6 \text{ pu} \quad (\text{B.4.5})$$

$$I_{DS\ bez} = 8,3 \text{ A} / 21 \text{ A} = 0,395 \text{ pu} \quad (\text{B.4.6})$$

$$I_{IS\ bez} = 69 \text{ A} / 21 \text{ A} = 3,286 \text{ pu} \quad (\text{B.4.7})$$

Für das 'bezogene' Trägheitsmoment  $J'$  des Rotors gilt gemäß Gleichung (2.2.11):

$$\begin{aligned} J' &= J/T_e i^2 = J * \omega_0^2 \\ J' &= 0,4 * 10^{-3} \text{ kgm}^2 * 450^2 \text{ s}^{-2} = 81 \text{ Nm} \end{aligned} \quad (\text{B.4.8})$$

Für die 'bezogene' Momentenkonstante  $k_{MOM}'$  gilt gemäß Gleichung (2.2.6):

$$\begin{aligned} k_{MOM} &= 3/2 * Z_p * k_{EMK}^2 / L \\ k_{MOM}' &= 3/2 * 4 * (0,084 \text{ Vs/rad})^2 / 4 \text{ mH} = 10,6 \text{ Nm} \end{aligned} \quad (\text{B.4.9})$$

Die Zwischenkreisspannung  $U_{zk}$  ist umzurechnen gemäß:  $U_{zk,bez} = U_{zk}/U_0$ . Für die folgenden Rechenschritte wird eine Zwischenkreisspannung  $U_{zk} = 80 \text{ V}$  zugrundegelegt.

Damit erhält man:

$$U_{zk\ bez} = 80 \text{ V} / 37,8 \text{ V} = 2,12 \text{ pu} \quad (\text{B.4.10})$$

Für den Betrag  $U_{bez}$  der sechs diskreten Spannungszeiger gilt gemäß (6.2.1):

$$U_{bez} = 2/3 * U_{zk}$$

Hieraus folgt:

$$U_{bez} = 2/3 * 2,12 \text{ pu} = 1,41 \text{ pu} \quad (\text{B.4.11})$$

Der Radius  $U_{\max, \text{bez}}$  des Inkreises des Spannungszeigersechsecks, der für die Realisierung des stationären Zustands bestimmend ist, hat nach (6.2.3) den Wert:

$$U_{\max, \text{bez}} = \sqrt{3} / 2 * U_{\text{bez}}$$

Also gilt:

$$U_{\max, \text{bez}} = \sqrt{3} / 2 * 1,41 \text{ pu} = 1,22 \text{ pu} \quad (\text{B.4.12})$$

### B.5 PARAMETER DES MOTORS IN BEZOGENEN GRÖSSEN

Die Parameter des Motors SE 718 in bezogenen Größen sind in der folgenden Übersicht zusammengestellt.

$$I_{ds, \text{bez}} = 0,40 \text{ pu}$$

$$I_{is, \text{bez}} = 3,29 \text{ pu}$$

$$W_{\max, \text{bez}} = 5,6 \text{ pu}$$

$$J' = 81 \text{ Nm}$$

$$k_{\text{mom}}' = 10,6 \text{ Nm}$$

$$U_{\max, \text{bez}} = 1,22 \text{ pu}$$

## LITERATURVERZEICHNIS

- /1/ Buehler, H. : Einführung in die Theorie geregelter Drehstromantriebe , Band 1 Birkhäuser Verlag, Basel 1977
- /2/ Grotstollen, H. : Zusammenhänge und Kennwerte bei der Bemessung beschleunigungsoptimaler Antriebe ETZ-A Bd. 95, 1974
- /3/ Grotstollen, H. : Die Einführung der Drehstromtechnik bei elektrischen Servoantrieben Habilitationsschrift, Erlangen 1982
- /4/ Grotstollen, H. : Bürstenlose Servoantriebe mit dauer magnetisch erregten Elektromotoren
6. Fachtagung Elektroantriebstechnik und Elektroautomatisierungstechnik, Magdeburg 1987
- /5/ Henneberger, G. : Servo drives for machine tools and robotics ICEM München 1986
- /6/ Naunin, D. : Stromrichter-Maschinensysteme mit Drehzahlsteuerung von Asynchron- und Synchronmaschinen Bulletin ASE 64(1973)
- /7/ Naunin, D. : Die Darstellung des dynamischen Verhaltens der Synchronmaschine durch VZi-Glieder Etz-A Bd.95 (1974) S.333-338
- /8/ Orlik, B. : Zum Betriebsverhalten mikrorechnergeregelter und pulswechselrichterge- speister Synchronmaschinen mit Permanentmagneterregung Dissertation, TU Braunschweig 1986
- /9/ Orlik, B. : Regelung einer permanenterregten Synchronmaschine mit Mikrorechner Automatisierungstechnik 33 (1985) , S. 82 - 88
- /10/ Schwarz, B. : Beiträge zu reaktionsschnellen und hochgenauen Drehstrom-Positio- nier-Systemen Dissertation, Stuttgart 1986
- /11/ Schwarz, B. : Ausnutzung von Pulsumrichtern in Servoantrieben mit permanenterregten Synchronmaschinen etz Archiv Bd.8 (1986) S.403-409
- /12/ Mavilor AC-Servomotor , Datenblatt Fa. Mavilor, o.J.
- /13/ Weh, H. : Elektrische Netzwerke und Maschinen in Matrizendarstellung Bibliogra- phisches Institut, Mannheim 1968
- /14/ Naunin, D. : Skript zur Vorlesung "Dynamisches Verhalten von Stromrichter-Maschi- nen-Systemen" TU Berlin, o.J.

## Bilderverzeichnis:

BILD 1.1 Projektion des Raumzeigers auf die Achsen	9	
BILD 1.2 Strukturbild der permanentmagnetisch erregten Synchronmaschine im rotorfesten System	18	
Bild 2.1 Spannungszeigerdiagramm in bezogenen Größen	25	
Bild 2.2 Spannungszeigerdiagramm für den stationären Zustand in bezogenen Größen	26	
Bild 3.1 Betragsfrequenzgänge der Funktionen $G_i(j\omega)$ und $G_a(j\omega)$ bei $\omega_r = 0,5$	28	
Bild 3.2 Betragsfrequenzgänge der Funktionen $G_i(j\omega)$ und $G_2(j\omega)$ bei $\omega_r = 1$	29	
Bild 3.3 Betragsfrequenzgänge der Funktionen $G_i(j\omega)$ und $G_z(j\omega)$ bei $\omega_r = 10$	29	
Bild 4.1 Lage von E-Kreisen und Z-Kreis bei $\omega = 1 \text{ pu}$	34	
Bild 4.2 Lage von E-Kreisen und Z-Kreis bei $\omega = 3,5 \text{ pu}$	34	
Bild 4.3 Lage von E-Kreisen und Z-Kreis bei $\omega = 7$ .	35	
Bild 4.4 $I_{q\max}$ in Abhängigkeit von $\omega$ bei $I_{\max}=0,5$ mit $u=u_{\max}$ als Parameter	40	
Bild 4.6 $i_{q\max}$ in Abhängigkeit von $\omega$ bei $i_{\max} = 0,5$ mit $u=u_{\max}$ als Parameter	40	
Bild 4.7 $i_{q\max}$ in Abhängigkeit von $\omega$ bei $i_{\max} = 4$ mit $u=u_{\max}$ als Parameter	41	
Bild 4.8 Isomomentenstrecken in der Stromebene	43	
Bild 4.9 Steuerstrecken bei $\omega < \omega_{nat}$ 1 Vorsteuerung mit momentenunabhängigem $i_q$ 2 Vorsteuerung mit momentenunabhängigem Winkel	46	
Bild 4.10 Steuerstrecken bei $\omega > \omega_{nat}$ 1 Vorsteuerung mit momentenunabhängigem $i_q$ 2 Vorsteuerung mit momentenunabhängigem Winkel	46	
Bild 4.11 Lage des Strompunkts bei verschiedenen Vorsteuerarten	48	
Bild 4.12 Lage des Strompunkts bei verschiedenen Vorsteuerarten	48	
Bild 4.13 $i_{q\max}$ in Abhängigkeit von $\omega$ bei verschiedenen Vorsteuerarten ( $U_{\max}=2, I_{\max} = 0,5$ ) 1 ohne Vorsteuerung, 2 Vorsteuerung nach Orlík, 3 momentmaximale Vorsteuerung	48	
Bild 4.14 $i_{q\max}$ in Abhängigkeit von $\omega$ bei verschiedenen Vorsteuerarten ( $U_{\max}=4, I_{\max} = 0,5$ ) 1 ohne Vorsteuerung, 2 Vorsteuerung nach Orlík, 3 momentmaximale Vorsteuerung	49	
Bild 4.15 $i_{q\max}$ in Abhängigkeit von $\omega$ bei verschiedenen Vorsteuerarten ( $U_{\max}=2, I_{\max} = 1$ ) 1 ohne Vorsteuerung, 2 Vorsteuerung nach Orlík, 3 momentmaximale Vorsteuerung	49	
Bild 4.16 $i_{q\max}$ in Abhängigkeit von $\omega$ bei verschiedenen Vorsteuerarten ( $U_{\max} = 4, I_{\max} = 1$ ) 1 ohne Vorsteuerung, 2 Vorsteuerung nach Orlík, 3 momentmaximale Vorsteuerung	49	
Bild 5.1 Übergangsfunktion des komplexen VZI-Gliedes	53	
Bild 5.2 Spannungszeigersechseck mit Innenkreis und Umkreis	56	
Tabelle 6.1: Potentiale und Strangspannungen bei den möglichen 8 Schaltzuständen	57	
Tabelle 6.2: Betrag, Winkel und Spannungszeiger bei den möglichen Schaltzuständen	58	
Bild 7.1 Dreiphasiges sinusförmiges Spannungssystem	60	
Bild 7.2 Potentialverläufe bei konstantem Sternpunktpotential	62	
Bild 7.3 Potentialverläufe bei symmetrischer Variation des Sternpunktpotential	63	
Bild 7.4 Potentialverläufe bei minimalem Sternpunktpotential	64	
Bild 7.5 strangspannungsverlauf des 1. Strangs bei Pulsbreitenmodulation	66	
Bild 7.6 Strangspannungsverlauf des 1. Strangs bei Pulsbreitenmodulation	66	
Bild 7.7 Potentiale und Spannungen während einer Taktperiode des Pulsbreitenmodulators	68	
Bild 7.8 realisierbare Spannungspunkte beim 1-Vektor-Verfahren	71	
Bild 7.9 realisierbare Spannungspunkte beim 2-Vektor-Verfahren	72	
Bild 7.10 realisierbare Spannungspunkte beim eingeschränkten 2-Vektor-Verfahren	73	
Bild 7.11 Spannungszeigersynthese nach dem 3-Vektor-Verfahren	75	
Bild 7.12 Abhängigkeit der Steuerfaktoren $x_1, x_2$ und $x_3$ vom Winkel $\beta'$	77	
Bild 7.13 Potentialverlauf beim 3-Vektorverfahren	80	
Bild 7.14 Strangspannungsverlauf beim 3-Vektor-Verfahren	80	
Bild 7.15 Zeitlicher Verlauf von $U_y$ beim 3-Vektor-Verfahren	Bild 7.16 Zeitlicher Verlauf von $U_d$ beim 3-Vektor-Verfahren	81
Bild 7.20 Zeitlicher Verlauf von $i_{zk}$ beim 3-Vektor-Verfahren mit bezogener Pulsmodulationstaktzeit $T = 0,5$	82	
Bild 7.17 Zeitlicher Verlauf von $u$ , beim 3-Vektor-Verfahren	82	
Bild 7.18 Zeitlicher Verlauf von $i_d$ und $i_q$ beim 3-Vektor-Verfahren mit bezogener Pulsmodulationstaktzeit $T = 0,5$	82	
Bild 7.21 Zeitlicher Verlauf von $i_{zk}$ beim 3-Vektor-Verfahren mit bezogener Pulsmodulationstaktzeit $T = 0,1$	83	
Bild 7.22 Weg des Stromzeigers bei Rotorstillstand	86	
Bild 8.1 Entmagnetisierungskennlinien einiger Magnetmaterialien (entnommen aus /5 Henneberger/)	89	
Bild 8.2 Schnittbild eines permanentmagnetisch erregten Synchronmotors	90	